

介面磁光效应在多層超薄膜系統表面的 先進應用

Advance application of interface magneto- optic effect on ultrathin multilayered films

蘇炯武

Chiung-Wu Su

國立嘉義大學電子物理系

Department of Electrophysics, National Chiayi University

E-mail: cwsu@mail.ncyu.edu.tw

(Received April 28, 2014; Accepted May 02, 2014)

摘要

近期筆者在超薄膜磁光量測領域之研究中發現，不論是表面磁光科爾效應或是表面磁光法拉第效應，對於超薄膜表面或位於內層之超薄膜介面系統上都具有極佳的探測靈敏度，這也是為何磁光效應技術可以廣泛應用於探測磁性表面系統的主要原因，近期更在二維超薄膜磁性樣品進行不同角度的法拉第效應觀測中發現有趣的週期性磁光訊號震盪現象，推究其原因為磁性超薄膜成長於具有單光學異向軸的光學透明晶體而產生，經由不同入射光的觀測下磁與光兩種行為引致分別不同的反應，而分屬相依於超薄磁膜之厚度以及光學基板之厚度，由於磁光效應需要經由基礎光學原理進行反射或透射以取得反應後之訊號，因此針對不同量測技術以及角度之全面掃描下預期能擷取到光與材料於交互耦合路徑內的所有資訊。我們借重此想法，預期在調整不同入射角度進行磁光科爾效應時，利用光的穿透性，能夠進一步應用此實驗方法於探討磁性超薄膜內部介面之先進量測技術，文中所舉之待測樣品為近期熱門的垂直自旋閥其中的上結構 (Ta/CoFeB/MgO) 進行系列研究，從對照 CoFeB/MgO 系列樣品上層表面於製程時覆蓋不同奈米厚度的 Ta 時發現，確立了此上層 Ta 之覆蓋也可能同時影響隔了一層鐵磁膜底下 MgO 光學膜的結構，從完成退火前後之實驗對照，發現了不同光入射角的磁光探測技術展現了鑑別多層超薄膜介面結構變化的功能，也同時驗證了筆者之想法，的確在探討磁性超薄膜結構時必須將鄰近基板或介面間接影響的光學效應一併納入考慮，因為上層 Ta 層之覆蓋以及退火後所引致晶格應力間匹配的程度可能影響了 CoFeB 鄰近光學膜 MgO(001) 結晶結構之形成，而此結構之光學性可以從角度的週期性震盪函數來判定晶軸可能受到影響，這震盪函數所對應之主角來自於光學基板或是鄰近光學層的厚度，並不是針對鐵磁膜厚度，若此光學層具有單軸結構異向性的話，會引致雙折射現象的產生，讓光學函數中屬於此部份的週期性震盪行為產生，而因為此光學波動性之幅度改變會讓多角度下所觀察的

磁光效應發生連帶性的變化，這也就是為何會觀察到磁滯曲線反轉的有趣物理現象，甚至在特定的角度磁光訊號會完全消失。藉由本實驗提昇量測精密程度後，許多單從特定方向所決定的單軸磁異向性變成不是絕對，而可能有多軸異向性的可能。經由分析研究，所得到磁光旋轉角，似乎與磁性質的單一性相違背，然而本磁光效應在超薄膜介面中的發現可以進一步應用於磁性顯微影像之對比度，讓日後磁性顯微技術之發展能夠進一步提昇空間解析度。

關鍵詞：磁光效應、超薄膜、介面、磁滯反轉

Abstract

Recently, we found an excellent magneto-optical sensitivity on probing ultrathin surfaces or ultrathin magnetic interfaces no matter the surface magneto-optic Kerr effect or the surface Faraday effect measurements were used in the study of magnetic properties. This may be the reason of the wide application of magneto-optic technique to any kinds of magnetic surface systems. In the various angle of incidence on the Faraday effect measurement, we found a periodic oscillation of magneto-optic signal on an ultrathin magnetic film. The reason originates from the magnetic film grown on the uniaxial optical crystal. The different responses are induced from the magnetic effect and the optical effect to the thickness of the ultrathin magnetic film and the optical substrate, respectively. Through full angle scan experiments, we can obtain most information of optical signals from the material. Based on this idea, we perform more advanced experiment on the magneto-optic Kerr effect measurement. In this article, a perpendicular spin structure CoFeB/MgO with capping Ta layers was studied. From the comparison of different capping thickness, we guess the capping layer may induce different structure even the underneath of CoFeB layer. The MgO corresponds to an uniaxial optical layer. Its optical axis may be altered by the surface layers due to different strain on the surface. We observed a similar behavior of periodic oscillation of angle-dependent Kerr intensities. Thus, we can not just determine the magnetic properties from only two field direction, such as out-of-plane and in-plane magnetic vectors. The birefringence of the optical crystal or layer makes the oscillation of optical signal possible. The magneto-optic effect then follows the behavior to exhibit an interesting reversal behavior even completely disappears. Through delicate angle measurement on the magneto-optic effect measurement, we obtain more about the magnetic and optical properties of related materials. It can help to develop high-resolution magnetic microscopy and has a potential of improving the contrast of magnetic images in the future.

Keywords: Magneto-optic Effect; Ultrathin Film; Interface; Magnetic Reversal

一、簡介

磁光效應量測技術之發展已經超過 160 年，最早是由麥可法拉第 (Michael Faraday)

在一塊含鉛的重玻璃上發現，當時他已經註解此效應為宇宙中重大物理發現^[1]。一道具有線偏極化的光束經過磁化的玻璃，會產生線偏振態的旋轉，後人才將此效應稱

之為磁光效應。當時，由於所使用的玻璃具有高穿透性，因此發現此效應正比於材料特性、光在材料中之行進長度、以及磁場大小。經過了 30 多年後，在 1877 年由約翰科爾 (John Kerr) 在一片不透明的金屬材料上，也發現了同樣的現象 [2]，奠定了日後真空科學裡能透過材料原子解析度的提昇能夠發展出廣大的應用量測基礎。

磁光效應，利用光的電磁波本質，讓入射之極化電磁波與材料內電子自旋特性進行耦合，進而改變了出射電磁波偏極狀態之改變，然而這其中影響之因素牽涉非常廣，磁場效應的影響、材料光學性質的改變，皆可能造成接受訊號解析的誤解，希望藉由本文的引導，有志於持續發展全方位磁光量測的研究群能夠投入發展的行列。

二、量測基礎與原理

2-1 表面磁光法拉第效應 (Surface magneto-optic Faraday effect) 原理

當一道線偏振光通過高穿透係數的材料時因為磁光效應之誘發產生出射時之偏振光產生旋轉，此現象稱為法拉第效應，然而絕大部份的磁光量測應用，均使用反射光來作為分析訊號的基礎，原因完全來自於材料的不透光性，但是如果樣品本身具有高穿透係數、且反射率低時，則可利用穿透式光量測的法拉第效應。量測之基礎與磁光科爾效應也十分接近。

但要特別注意的是，一般大家從教科書所熟知的法拉第效應並不包含超薄膜系統的磁光效應，這是為什麼呢？從下圖可以得知簡單的概念：

上圖 1 為例，在法拉第身處之年代僅觀

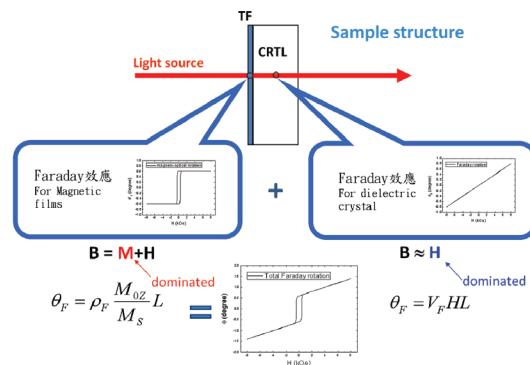


圖 1 表面法拉第效應針對不同材料的基礎原理示意圖 (TF: Thin Film, CRTL: Crystal, θ_F : Faraday Rotation)。當光線經過兩種不同的材料時，所產生的物理機制並不相同，因而分類成兩類型的 Faraday 效應以進行分別討論。

察到一塊具有磁光效應的重玻璃 [1]，從強度換算出偏振光偏轉之角度與經過光線之材料縱向長度及提供之外磁場大小成正比關係，依照不同類型的材料而決定出該材料的相依係數 - 費爾德常數 (Verdet constant)。

按照當時之實驗觀察結論，可以寫下的經驗公式為： $\theta_F = V_F H L \cos \alpha$ (1)

換句話說，一線性偏振光入射到樣品後法拉第旋轉角 θ_F 與外加磁場 H 的關係式如下：

- θ_F ：法拉第旋轉角
- V_F ：費爾德 (Verdet) 常數
- H ：外加磁場強度
- L ：光通過旋光介質的光程長度
- α ：L 與 H 的夾角

本式子提醒我們任何材料 (無論非磁性材料、順或反磁性材料) 都會產生法拉第效應，然而依照電磁學理論 $\vec{B} = \mu_0 (\vec{M} + \vec{H})$ ，磁性材料在磁場下被感應之磁化量 M 遠遠超過空氣介質中的磁場強度 H ，對照一個磁薄膜來說，光經過材料之縱向長度幾乎為零，如何能產生巨大之磁光旋轉角呢？對於鐵磁性 (Ferromagnetic) 材料及亞鐵磁性

(Ferrimagnetic) 類型的材料必須考慮磁化量 M 所產生的磁光 Faraday 效應，為了強調磁性材料所產生的效應，因此必須將原式表示成以下：

$$\theta_F = \rho_F \frac{M_{0Z}}{M_s} L \quad (2)$$

θ_F 為總法拉第旋轉角

M_{0Z} 為感應磁化量

M_s 為飽和磁化量

ρ_F 為旋光率

L 為量測光在介質中的傳播長度

當考慮鐵磁系統時，式子應該為上述 (2) 式才是正確，對於一般順磁或反磁材料而言，應以 (1) 式解釋。

由於磁光效應以探測光強度之變化為基礎，而光偵測器所量測到的光強度變化 ΔI 會正比於 θ_F ^[3] (如圖 2)，實驗中磁性薄膜材料之光程 L 為固定常數或過小省略， ρ_F 為 H 之函數為主要磁性材料之磁光耦合係數，因此樣品受到外加磁場之磁化後即誘發偏振光之旋轉 θ_F ， M 就會隨著鐵磁行為呈現典型之磁滯 (hysteresis) 行為，依照相似的磁光 Kerr 效應實驗原理最後之結論

$$\theta_F \propto \delta \cdot \frac{I - I_0}{I_0} \propto M_{0Z}$$

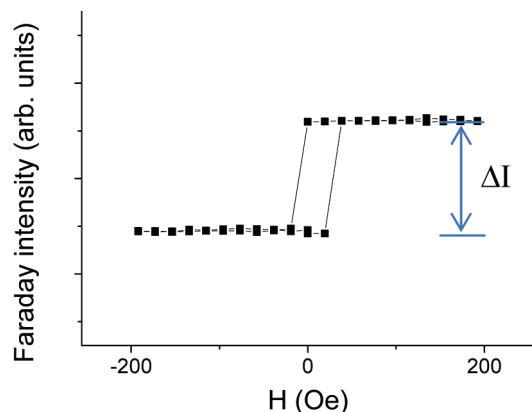


圖 2 典型的磁光迴圈行為，圖中的光強度變化為量測期間所擷取的變化，需要經過轉換才能得知旋轉角的資訊。

交叉分析 analyzer 的微小角度內線性光強度之變化就可以觀察到磁化量隨著磁場變動之參考變化關係 (也就是磁滯行為)。

2-2 表面磁光法拉第效應實驗架構

此實驗稱之為表面實驗技術另外一個涵義是來自於基材上只有數個奈米深的薄膜位於表面所稱之，今選擇為研究的基材為 ZnO(0001)-c 軸對稱晶體，其為兩面拋光的透明薄板，一般光線照射下呈現自然淡黃色澤。肉眼呈現透明、穿透率高達 99% 以上，因此改成接收穿透訊號的法拉第效應以進行對應量測、十分合理，儀器架構之方塊圖如下圖 3 所示：

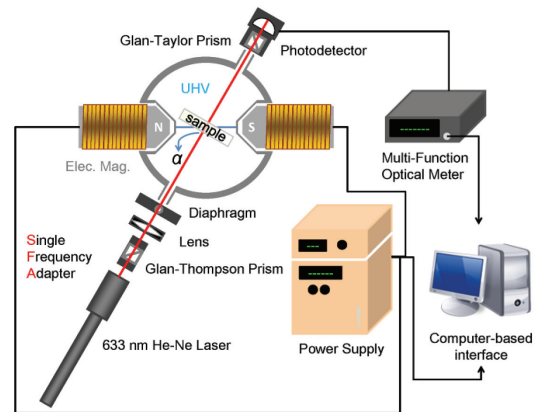


圖 3 表面磁光法拉第效應實驗裝置示意圖

磁光法拉第效應上各光學元件之功用皆相似於磁光科爾效應，唯一需特別注意的重點為，量測超高真空法拉第效應時因電磁鐵配置端之空間無法讓樣品之法線完全垂直於磁場，最多只能讓樣品與磁場方向夾角為 α (如下圖 4)、實際裝置見圖 5，利用軸向換算得知 H 在法線方向之分量，並讓雷射入射光方向與樣品面法線方向平行以進行實驗 (但非必要條件)。

另外，超高真空氮離子濺射對於表面

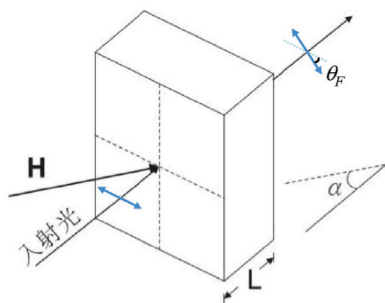


圖 4 不同磁場方向下之磁光法拉第效應示意圖

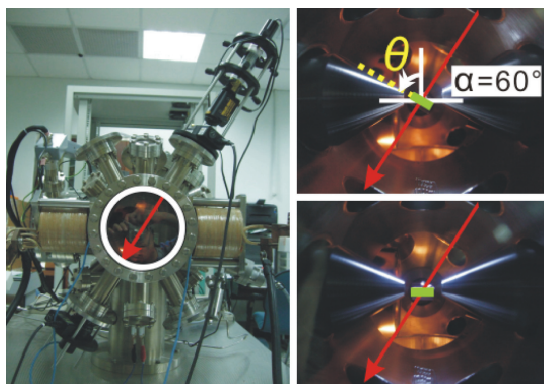


圖 5 筆者所主持之磁光材料實驗室內超高真空表面磁光法拉第效應攝影圖，圖中的角度是樣本平面相對於電磁鐵間隙之中垂線

磁光法拉第效應也有莫大的應用價值，在超高真空環境 ($\sim 1 \times 10^{-10}$ Torr) 下進行各項實驗是為了避免外界對於表面相關研究主題之干擾，在近期的實驗中，我們利用此真空技術來進行觀測最表面層的磁光性質變化。一般來說，量測磁光效應只會選擇幾個典型的入射方向 (垂直磁化 -perpendicular、平行磁化 -longitudinal 或橫向 -transverse 入射面之磁化)，筆者光從實驗結果就直接發現，單從幾個典型方向來進行綜觀性質之推斷可能會誤導，而且僅從兩個方向之結果妄下定論未免也太過武斷，由於在所屬超高真空量測系統內發現在入射面上具有極為自由的量測維度 (圖 3 及圖 5)，因此我

們進行了一系列樣品在累積濺射時間下全角度去觀測磁光性質，發現原來在成長材料時之磁結構會與基板初始結構狀況、或是離子影響了表面磁特性有密切的關係。同時間也看到磁異向性之轉變與推測可能磁易軸 (magnetic easy axis) 之位置，有興趣的讀者可以參考近期筆者於 2014 年發表於 Optical Materials Express 的專文^[4]。

三、實驗之起源與動機

由於當初在超高真空環境下於一片透明氧化鋅晶體 ZnO(0001) 薄片上沈積之奈米級鈷薄膜欲量測其對應之反射式磁光性質時發生一些困難，也就是反射訊號實在太微弱、再者因為大氣進入真空端所產生的多重散射光雜點不易去除，因此，轉而開始接觸穿透式磁光法拉第效應，由於筆者當初設計超高真空系統時便規劃出幾種光路，能夠輕易進行反射、透射、以及不容易量測之橫向磁光效應 (Transverse magneto-optic effect) 都可以將光學元件架設於立體的真空系統上，也就是將平面光學元件之設置，變成一個自由的空間，又可輕易從真空系統拆卸下來，組裝成後方會提及的大氣磁光效應量測平台，重點在電磁鐵端之設計與雙極交換式電源供應是否足以提供穩定直流磁場等問題。

由於真空系統上仍存在儀器設置固定的缺點，因此我們借助樣品傳送軸可以進行軸向旋轉之優點，因此，我們開始設計樣品座以便放置於轉軸上，並在這唯一可以自由旋轉的平面上進行磁光效應之量測，從此奠定了實驗室可在超薄膜表介面量測的基礎優勢，而這超高真空量測平台所量測之優勢來自於解析度可以依照轉軸之解析度而定，目前依本實驗室之量測經驗，

最小入射角解析度可達 1 度，也就是我們可以在 180 度的平面上以每一度之步進量測相對應透射的磁光性質。

磁光性質 (Magneto-optical properties)，是探討磁性質下的光學，從字面上來看，其實一點都不違反磁光學的基礎理論，光線 (電磁波) 與在磁場下誘發材料介電特性變化的自旋交互耦合，進而影響了原入射偏振光的狀態，產生巨觀的偏極化旋轉，而光學上可以利用偏振光的特性來接收因為磁光效應所誘發光偏振方向之旋轉後的光強度變化，因而產生一系列應用，磁光學的廣泛應用來自於適合的磁光材料，也符合筆者當初創立磁光材料實驗室的原意，然而，近期筆者發現，任何材料皆有磁光效應，只是程度大小之差，量測儀器精密程度而定，Faraday 當初發現一塊晶體就能夠有某些程度之旋轉，但是隨著科技的進步，我們在分析材料特性之前提已經進入到尺度極低的時代了，相較於 Faraday 於 1845 年首次所發現的磁光效應，並發現其大小正比於受磁化材料內部所行走之路徑，已經天差地遠，況且在 19 世紀下半葉之發展，許多真空相關技術尚未蓬勃發展，因此在材料的選擇上並不多，當然也阻礙了此應用技術之往前發展。近期我們透過在超高真空系統內部，臨場磊晶並觀察幾個奈米厚度的鐵磁薄膜及其受到低能量離子轟擊後所產生的磁異向性變化，推斷承載薄膜鄰近的基材或鄰近介面具有一定程度的影響，也符合了不同的基板結構會影響成長的物理機制。

本文中我們將舉出兩類型的實驗：第 1 部份一超高真空 Faraday 效應實驗、第 2 部份一超薄膜介面大氣 Kerr 效應實驗以對照目前基礎物理想法的驗證。

四、實驗結果與討論

4-1 超高真空磁光法拉第 (Faraday) 效應實驗：

如圖 6 所示，我們所設計的磁光 Faraday 效應在 ZnO(0001) 基板上來進行一片 2.17 nm 的 Co 超薄膜樣品研究時，由於電磁鐵為固定端，在入射面上轉動樣品時必須定義角度是相對於入射光、還是磁場，圖 6 裡所定義之 90 度為樣品表面恰垂直於磁場方向、也同時為光入射角 60 度的位置 (參考系統圖 5)，也就是所定義的 P-MOFE。若表面轉到平行於磁場方向時，此時則定義為 0 度。當時在進行實驗時就覺得有異，所量測的角度並沒有特別指定，因此形成了有趣的反轉排列圖案。圖中我們發現，有時可以觀察到明顯的磁滯曲線、幾個特定角度卻觀察不到任何典型迴圈，當時的反常行為才開始引起我們的興趣與注意，三年來的研究中發現，基板的單光學異向軸所產生的雙折射係數扮演重要的光學週期性震盪演化行為，由於兩種光學係數 (ordinary refractive index 以及 extraordinary

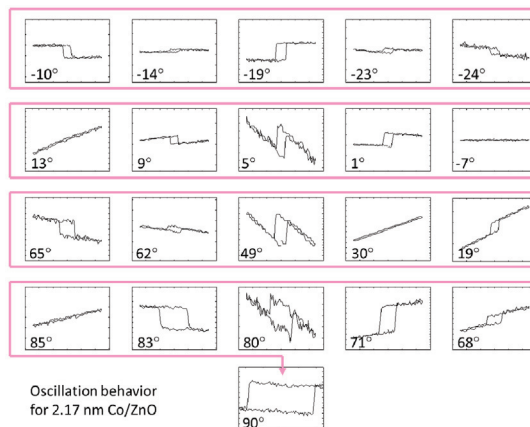


圖 6 超高真空磁光法拉第效應量測在不同磁場角下所探測 2.17 nm Co/ZnO(0001) 樣品^[5]，圖中的角度是樣本平面相對於磁場

refractive index 在光學單軸異向性上之差異)，因而在探測兩道互為垂直的線偏振器時，最後透射出樣品時的光才會產生相依於入射角的相位延遲，進而產生類似於波的干涉性行為，此狀況若是相消性條件就會發生完全觀察不到光強度的情況，詳細的光行為公式請參見文件^[5]及^[6]。另外，針對磁光效應之基礎原理，我們了解磁光效應所產生的旋轉角是完全跟著光線在磁效應下變化的趨勢所約束（見量測基礎與原理中 $\theta_F \propto (I - I_0)/I_0$ 式子）， I_0 目前為 θ 的函數，因此 Faraday rotation 也將是 θ 的函數，而且粗略地估計 Faraday rotation 隨著入射角度之行為近似於雙折射光學晶體隨著角度具有週期性震盪的一次微分，因此基材其上磁性薄膜的性質變化可能被底下的基材之結構走勢所控制，Faraday 效應又同時看到兩者，因此磁滯曲線才會具有如此豐富的圖案，有時候呈現沒有磁滯的純法拉第效應 ($\theta_F \propto H$) 之線性關係，有時候為光學 ZnO 晶體所產生的反向法拉第效應再加上正向的磁滯行為的有趣磁滯圖案。

4-2 大氣超薄膜介面磁光科爾 (Kerr) 效應：

在一般磁光量測技術上，由於須克服探測光源避免遭受外界環境振動的因素，因此光學元件與電磁鐵的設置必須經過設計，圖 7 中原有的電磁鐵組處為大氣量測支架，僅能提供一定的磁場強度，為了克服光學元件振動的問題，我們自行設計了與電磁鐵緊密結合，並能提供光學元件固定的平板。與一般的光學桌不同處為平板上固定之鎖孔具有放射狀、而且對準磁場中心點，如此之設計將有助於許多特定角的固定，幸運的是，我們目前已經完全克服外界振

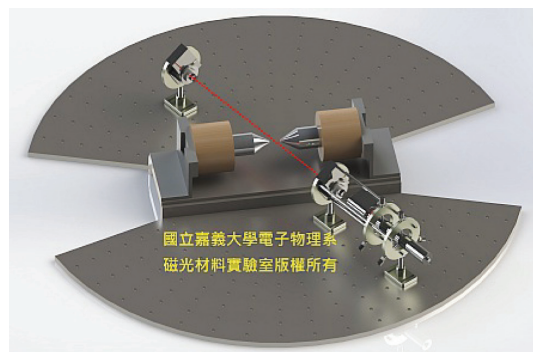


圖 7 筆者實驗室所設計之大氣磁光量測平台示意圖

動以及量測期間元件受到影響而產生機械偏移的現象，並在此平台上已經開始完成許多超薄膜系列樣品的探測。

量測技術的精良取決於應用時的辨別度，以下我們以不同條件的鐵磁超薄膜系統作為說明，以提供讀者日後研究類似系統時之參考。

近期熱門的自旋元件系列內結構 Ta/CoFeB/MgO 為例 (Ta 為上層、MgO 靠近底層)，恰與第一類型討論的材料型態並不違悖，也屬於同一類型的系統，在大氣量測上所考慮的問題，通常不會發生在超高真空系統上，因為在超高真空系統上研究的表面物理相關問題之對象通常比較單純（超薄膜成長於特定基板結構），因此鐵磁膜經常不需要覆蓋一層保護層，在良好的超高真空環境內之保護下可以避免掉許多樣品氧化、雜質吸附等問題，在第一類的系統我們曾經僅對鐵磁薄膜在一具有光學異向晶體上進行研究，但是在大氣磁光 Kerr 效應裡就必須考慮樣品的覆蓋及保護，否則很可能樣品會隨著暴露在大氣下時間過長而崩解，在 Ta/CoFeB/MgO 系統例子中，藉由覆蓋上層的 Ta 表面層以進行 CoFeB/MgO 的保護，此系列之研究近期因為呈現高垂直異向性而聲名大噪^[7]，此材料的發現

為下一階段可能的垂直自旋電子元件埋下無限的可能性。然而，如何保持高度垂直磁異向性是個相當值得研究的問題，在之前許多的研究中發現，此系統必須經過一定程度的加熱退火後垂直異向性才會顯現，在本次提供的樣品是經過 315 °C 的高溫退火後，才顯現垂直方向之磁性質，若非經過加熱退火之樣品是呈現平行表面方向的磁性質 (如圖 8)，本團隊在這批樣品做了一系列的多角度 Kerr 效應觀測後推測，原因來自於鄰近的 MgO 光學薄膜之介面，退火期間發生單光學異向晶軸的結構轉變後，進而影響與 CoFeB 鐵磁膜間的自旋電子耦合，普遍認為此系統會呈現垂直磁性質的物理原因是 Fe 原子與 O 間產生巨大的自旋耦合所產生^[8,9]，而這條件需要 MgO 經過加熱退火後形成 (001) 的結構晶向才會產生^[10]、才有機會影響其上介面 CoFeB 晶向轉變為 cubic phase 並能夠沿著 MgO(001) 成長進而形成垂直自旋耦合態。此項推論引起了筆者注意與莫大的興趣。因為在第一類型實驗中的薄膜材料就是以 (鐵磁膜 / 光學基板, Co/ZnO(0001) 為例) 為研究主題，而此處基板的對象為 MgO(001) 光學薄膜、鐵磁膜為 CoFeB，構造極為相似，只是第一類型實驗因為探測光穿透率大於反射率以磁光 Faraday 效應量測、此類型因為薄膜呈現高反射率的鏡面則以磁光 Kerr 效應量測，依照改變入射角的不同，我們發現磁滯曲線隨著入射角之週期性翻轉為推測薄膜結構變化的重要根據，即使鐵磁薄膜位於非磁性覆蓋層之下方，但是只要探測光能進入介面，便能讀取相對應之磁光性質，恰好 CoFeB/MgO 超薄膜系統即為一個極佳的範例。此項發現可能改寫許多磁光量測僅停留在表面區域之研究、而不容易探測

內部構造的紀錄，透過改變光學配置所量測之實驗方法可以解決許多薄膜物理等問題。

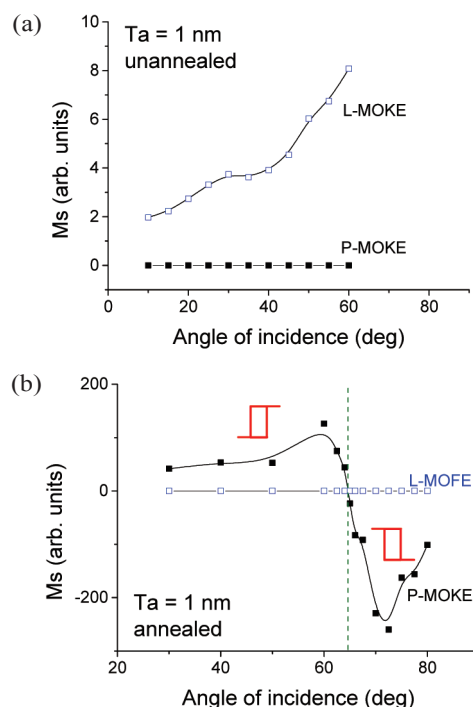


圖 8 Ta(1nm)/CoFeB(1.5)/MgO(1) 系列樣品中的表面 Ta 覆蓋層厚度為 1 nm。左圖及右圖分別對應尚未退火前以及 315 °C 退火後的磁光 Kerr 效應強度對不同入射角 (相對於法線) 的變化。極其明顯的觀測對比，(b) 圖呈現類似於第一部份法拉第效應實驗中的磁滯曲線反轉現象，而未退火的 (a) 圖樣品則無此現象，最大差異在於異向性的強烈轉變，從完全平行磁化 ((a) 圖中 L-MOKE 資料) 經過高溫退火後轉變為完全垂直磁化 ((b) 圖中 P-MOKE 資料)，此部份實驗已經驗證不同 Ta 上層之覆蓋確實影響磁滯反轉行為，目前之觀測結論為當 Ta 厚度愈厚、反轉角度往大角度偏移

五、先進應用與未來潛力

近期筆者一直著力於許多表介面磁光

物理的觀測，希望透過超高真空磁光 Faraday 量測系統以及大氣多角度磁光 Kerr 量測平台的優質工具進行跨領域合作研究，預計在不久之將來，此量測優勢不再限於固有之磁學或表面物理領域，而可以延伸並期待開創出許多相關與磁性應用領域相關的先進研究。

感謝

筆者早期受到國立台灣師範大學物理系表面實驗室沈青嵩教授指導表面磁光科爾效應技術後，才有機會發展磁光法拉第效應量測技術的可能，感謝沈教授在筆者求學期間無私的教育與指導，筆者才能在原有之基礎上開創新局，後於任教之國立嘉義大學電子物理系創立磁光材料實驗室後，以自製的超高真空磁光法拉第效應量測技術、成功量測出奈米級鐵磁薄膜於透明光學基板上的磁性質，並借重光學基板的雙折射現象觀察到週期性磁滯現象的反轉，當然最後要感謝幾位研究生張勝騏、張硯筑、粘政揚的辛苦實驗操作工作、專題生黃育哲協助繪製精美擬真的系統設計圖，也十分感謝中正大學陳恭教授的製程團隊、鄭智維博士候選人的大力協助，本工作才能陸續累積經驗，將物理的事實真相原貌漸漸呈現出來，當然，目前由於筆者在理論基礎知識不足之情況下，仍有許多要釐

清之處，懇請有興趣於發展理論基礎的前輩先進們日後一同努力，本文中多有錯誤之處還望請一一指正。

參考資料

- [1] M. Faraday, *Faraday's Diary*, (HR Direct, Riverton, 2008) 2nd ed., pp. 7504.
- [2] J. Kerr, *Philosophical Magazine* **3**, 321 (1877).
- [3] Z. Q. Qiu and S. D. Bader, *Review of Scientific Instruments* **71**, 1243 (2000).
- [4] C.-W. Su, *Optical Materials Express* **4**, 1112 (2014).
- [5] C. W. Su, S. C. Chang, and Y. C. Chang, *AIP Advances* **3**, 072125 (2013).
- [6] J. M. Liu, *Photonic Devices* (Cambridge University Press, 2005), 7th ed., pp. 299-300.
- [7] S. Ikeda, K. Miura, H. Yamamoto, K. Mizunuma, H. D. Gan, M. Endo, S. Kanai, J. Hayakawa, F. Matsukura, and H. Ohno, *Nat Mater* **9**, 721 (2010).
- [8] R. Shimabukuro, K. Nakamura, T. Akiyama, and T. Ito, *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures* **42**, 1014 (2010).
- [9] K. Nakamura, T. Akiyama, T. Ito, M. Weinert, and A. J. Freeman, *Physical Review B* **81**, 220409 (2010).
- [10] W. X. Wang, Y. Yang, H. Naganuma, Y. Ando, R. C. Yu, and X. F. Han, *Applied Physics Letters* **99**, 012502 (2011).