

同儕鷹架理論對國三學生 數學態度影響之探究

陳育琳

徐照麗

雲林縣東和國中輔導室主任

台中教育大學數位內容科技學系副教授兼系所主任

摘 要

本研究以行動研究的方式，蒐集並分析相關資料，並在系統思考的理念之下，以同儕鷹架的理論基礎，對國中三年級學生實施數學日記、合作學習、數學討論等教學策略，過程中觀察學生數學態度的改變，並探討影響學生數學態度改變之因素，以作為國中數學教學之參考。

本研究在實施約三個月（2004/03/01~2004/05/29）之後，所獲結論可分述如下：

一、在學生數學態度的轉變部分：

- （一）由畏縮退卻轉變為有自信。
- （二）由單向接收訊息，轉變為敢於質疑、討論，甚至能更進一步地提出自己的見解。
- （三）由原本的低參與度、不主動轉變為主動為同學說明、分享。
- （四）由只關心分數與答案的對錯，改變為對數學探究的熱忱並注重理解。

二、影響學生數學態度改變之因素：

- （一）提供溝通與討論的同儕互動經驗。
- （二）提供成功經驗的體驗。
- （三）發現數學在生活中的應用性。
- （四）獲得深層學習
- （五）配合課程目標與教學的多元的評量方式。

本研究發現：教師在教學時，若能對課程有系統性的瞭解與規劃，透過同儕鷹架，選擇適當的教學策略，以鼓勵代替責備，對學生的數學態度有積極正面的價值。

關鍵詞：系統思考、同儕鷹架、國中學生、數學態度

壹、研究動機與目的

數學是科學之母，是打開科技大門的金鑰，學好數學，方能跟進資訊時代的腳步，增加未來的競爭力。因此，數學能力的提昇，始終是教育改革成效的重要指標。我國從 1998 年起就加入 TIMSS-R 的檢測，同時也參加 2003 年 TIMSS 的檢測；在 2003 年 5 月 19 至 6 月 6 日 TIMSS 實測中，國中和國小各抽測 150 校，每校一班，共計 5379 位國二學生和 4661 位小四學生受測。數學方面的抽測結果，國二學生有 38% 列為優，位居第三名；但在低分群方面，我國有 3.4% 尚未到達初級標準，而新加坡及韓國分別僅 0.8% 及 1.7% 未到達初級標準，顯示我國國二生低分群的比例偏高。且在學習數學自信指標 (Index of Students' Self-Confidence in Learning Mathematics, 簡稱 SCM)，僅 41% 學生達高自信指標，低於國際平均百分比 (杜佳真, 2004)，是相當值得注意的。

而教育部統計處在九十學年度第二學期台灣地區中等以下各級學校學生學習及生活概況調查摘要報告中亦指出，以年級別來做分析，國小四、五、六年級學生花費最多時間的科目皆為數學，且隨著年級而遞增，分別是四年級 29.02%、五年級 35.44%、六年級 48.50%。國中學生花費最多時間的科目也是數學，占 31.00%，高中生認為花費最多時間之科目也是數學，占 33.09%。由此可見，對學生而言，數學是所有科目中負擔最重的學科，且幾乎有一半的學生會在國中階段就放棄學習數學 (杜佳真, 2004)。

值此課程改革之際，若僅有課程改變，教學與評量核心本質卻不變，數學教育改革仍未能成功。國內歷年來的數學教育改革幾乎都只在處理片段性的問題，而顯得雜亂無章，近年來多次的課程改革並未能改善學生討厭數學、害怕數學的狀況，甚至招來僅為「頭痛醫頭、腳痛醫腳」的說法。由此可見，教育很難單憑處理局部問題而竟其功，畢竟教育是一個動態的系統，若只考慮課程問題而忽略其他變項，並無法解決問題，需要以整體系統的思考來解決教育問題。

Vygotsky 認為好的教學，就是要針對學習者的 ZPD 予以引導，在達成 ZPD 的教學歷程中，是持續從他律過度到自律的學習表現。在這過程中，在學生在規劃的情境中進行社會互動，教師透過社會對談提供引導和支持，引導著學生學習，可以伸介或擴充學生的能力去表現出不同的學習活動 (谷瑞勉, 1999)。同時，Vygotsky 提出一些影響學習的社會因素，並強調學習中最強而有力的因素是「語言」。Vygotsky 將語言區分為「口語語言」(oral language) 與「書寫語言」(written language)，語言與文字是課室教學中傳遞訊息、溝通信念時的重要工具；他認為口語語言促成對談，而書寫語言則支持思考。高層次心智能力的發生起源於社會，且受到社會特殊文化的影響。

學生在概念學習的過程中，透過語言的溝通與觀念的協商可以刺激學生思考，促使學生對問題做更深入的解釋與探究，有助於學生建立對問題更合理完整的概念並形成迷思概念的轉變，進而培養學生處理問題、解決問題的信心與能力。正由於意義與概念的建構是社會的過程，因此，透過同儕提供鷹架確可幫助學生的數學學習。

張靜馨（1999）指出：學生經常在一連串的挫折當中，習得無助感（learned helplessness），甚至放棄數學的情況相當常見。本研究的個案班級在升上三年級之後，研究者發現有許多低成就學生也明顯地顯現出「不如放棄數學，用別的科目來拉高分數」（開放式問卷 2004/02/20）、「不知道該怎麼辦，想到數學就怕」（開放式問卷 2004/02/20）的心態，且由於面臨基本學力測驗的升學壓力，學生們不求理解、只求高分的態度更為明顯。因此，研究者希望在開放的情境下，以系統思考的觀點，先了解教學目標，決定課程內容，再透過同儕鷹架的社會互動，以數學語言的辯證、討論，幫助學習者完成學習，並依此實施評鑑，觀察學生數學學習態度的變化。具體而言，本研究擬探究之研究問題如下：

- 一、實施同儕鷹架教學對國三學生數學態度的改變為何？
- 二、同儕鷹架教學中，提昇學生數學態度之因素為何？

貳、文獻探討

本研究之目的在探討運用同儕鷹架對國中學生數學態度的影響，並試圖找出影響其數學態度的因素，本節將回顧相關文獻，並進行探討比較，以建立本研究的理論架構。

一、同儕鷹架

鷹架的內涵相當豐富，但事實上 Vygotsky 本人並未直接使用這個名詞，而是由 Bruner、Wood、Bruner 與 Rose（1976）延伸其「近側發展區」（zone of proximal development, ZPD）的觀念所提出的，因而以後的學者對鷹架的內涵，各有不同的理解與認知。如：Palincsar 與 Brown（1984）定義「鷹架是在 ZPD 中教師對學生所提供的暫時性的支持」；Langer（1984）認為「鷹架理論應該包含兩個層面，分別為異議的協商與學習責任的轉移」；Dyson（1990）認為「鷹架的意義應該包含垂直與水平兩個

層次：(一) 垂直鷹架：將學習內容配合學習者的意圖與需求加以結構化處理，並在教學互動中鼓勵學習者認知的複雜化，以培養其應用能力；(二) 水平鷹架：強調教師的支持與學習內容應配合學習者的社會背景與經驗，而非孤立的教學支持。水平與垂直鷹架理論可以尊重學習者的學習意圖，並可以使教師支持擴大與延伸學習者的學習與思考，更能促進 ZPD 的發展。」但一般說來，廣為大眾所接受的鷹架內涵為：「學生內在心理能力之成長有賴於成人的協助，且此協助應建立於學習者當時的認知組織特質上，當學生停留在某一認知層次時，若教師可提供有系統的引導或關鍵性的指點，則學生較容易超越原來的認知層次。在此過程中，教師所提供的引導與指點即為鷹架」（徐椿樑，2001）。

因此，搭鷹架就是幫助學生去解決問題、執行工作或是達到某個目標的過程，而這些問題、工作或目標是超出學生能力所及的。在這個鷹架中，教師運用其較佳的能力來主控其歷程，並提供必要的支持、協助，隨學習者的能力增加，教師的支持就逐漸減少，讓學生能專注、獨立地完成任務。而教師所提供的鷹架，可以是任何工具或學習策略，包含引導、示範、影帶或師生對談等等，而特色均表現在其互動（interaction）之中（沈中偉，1994）。

鷹架支持的重點在教師以輔助者的角色，將學習內容結構化，並透過學習者學習歷程的層次漸進，建立自我的學習之垂直鷹架，以及同儕或有經驗的學習者的水平鷹架，共同建構成的學習網路。鷹架的兩個重要議題便是「溝通」與「認知」，透過語言的社會互動功能將有助於促進學習者對問題的解決與反思能力，以達成學習遷移的效果，並促進學習者自我導向學習能力之培養（張苑珍，1997）。

而就 Vygotsky 的 ZPD 理論而言，其主要的論點乃基於在認可教師或其他能力位階較高的同儕為基礎（如圖一）。而研究者認為，以社會建構的觀點來看，教師與學生之間並無所謂能力高低的絕對位階，知識是由個人與社會共享的，應當是「相互主觀性」（inter-subjectivity）的，知識是經由主動的建構，與他人磋商分享的互動歷程中獲得。

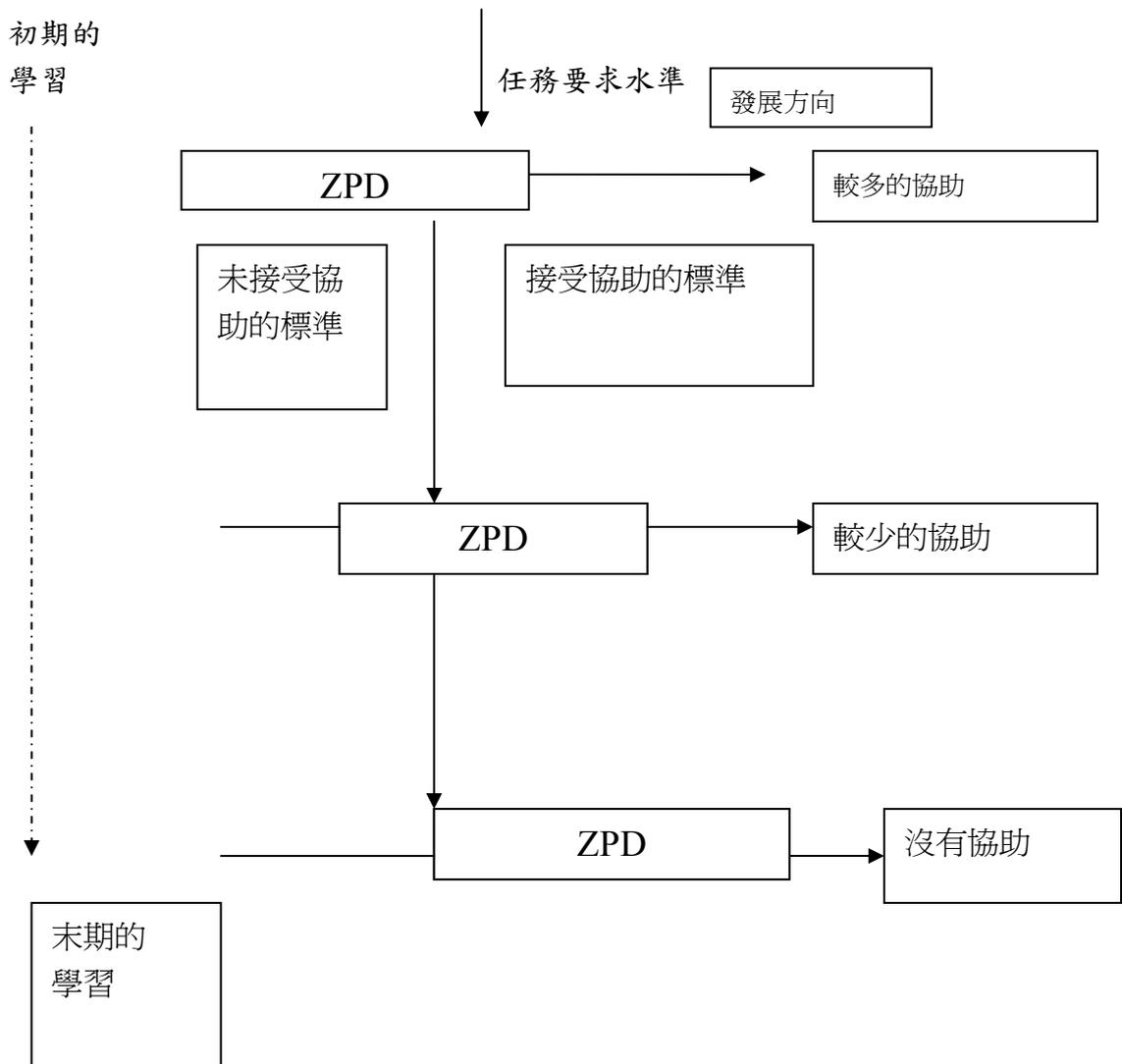


圖 1. 小組 ZPD 動態發展圖

註：採自徐椿樑 (2001)，頁 31。

由於每位學生的 ZPD 各不相同，加上不同程度的參與，使得他們在學習領域語言上的發展，從最初基於經驗直接以字面意義解釋不熟悉的數學術語，到完整地用數學陳述表達想法之間，出現不同的發展程度。教室互動歷程中數學概念的學習會受到知識權威性的影響，然而影響的狀況因人而異，而學生參與互動的意願，對其知識建構

的影響則舉足輕重。

過去與鷹架的相關研究，大多將學生視為成人努力教導下被動的接受者，在此情況之下，並不符合社會互動與建構觀點。楊代誠（2004）認為，應當以動態與雙向的觀點來重新詮釋 ZPD 理論，方能獲得較符合社會建構主義精神的詮釋。研究者試著提出詮釋：數學課室中的 ZPD 應當隨著同儕與學生認知的變化而有動態的調整，隨著階段性的改變，協助者與操作者的認知也跟著不同，教師與數學高成就的學生未必就處於較高位階，數學低成就學生也未必是被動的接受者，透過相互的討論與激盪，雙方皆可能達到更高的知識領域。

二、數學態度

數學態度是對數學的想法、看法與做法（譚寧君，1992），或是個人對數學的喜好程度（魏麗敏，1988）。本研究參照國內外學者的看法（魏麗敏，1988；譚寧君，1992；Aiken, 1986; Suydam, 1984），將數學態度分為三個層面：

（一）認知層面：指對數學的信念、評價。包含：

1. 學習數學的信心：指的是學生對自己的數學能力以及數學表現的看法（曹宗萍，1997）。一般學生總將數學視為一門困難的科目，對數學感到害怕、排斥甚至有一些消極的反應傾向，是目前數學教育相當重視且希望改變的。
2. 數學的有用性：指學生對數學實用性的看法，是否可用以解決日常生活的問題，或是幫助未來的教育與工作。九年一貫課程強調數學課程應該以生活為中心，發展形成數學問題與解決數學問題的能力，可以幫助學生知道如何學且樂於學習，以幫助其社會適應（教育部，2001）。

（二）情意層面：指對數學的感覺與情緒狀態。

1. 數學成就的態度：指學生期待對數學成就的程度，願意去學習數學，建立樂觀的學習態度。
2. 數學焦慮：指學生在學習數學時所引發的緊張、不安、害怕的情緒。而數學焦慮與數學態度對數學成就具有顯著的預測作用與關係，因此消除學生的數學焦慮，提高數學態度，是增進學生數學成就的重要途徑（魏麗敏，1989）。

（三）行為層面：指對數學的實際行為及內在傾向。

1. 數學探究動機：學習動機指的是引起學生學習活動，維持學習活動，並導致該學習活動趨向教師所設定的內在心理歷程（張春興，1994）。數學探究希望能培養學生透

過數與形的訊息，主動分析資料，形成臆測、驗證的判斷能力。

2. 數學溝通傾向：指學生能與他人討論、表達個人的數學想法。九年一貫新課程中，表達、分享與溝通是基本能力之一，而多元民主的社會，更需要具有理性溝通的素養及培養學生與他人分享思考歷程與成果，並能尊重他人的意見與想法。

依據 Johnson (1970) 的研究，以下的因素對數學態度的形成有很大的影響：

1. 模仿 (Imitation)：

態度的形成會受外在因素的影響，尤其是青年學生，更為留心同伴的好惡，而使自己趨向與他人相同，或模仿教師及雙親的態度以得到認同。

2. 教育性經驗 (Informative experience)：

從聽、看、讀到有關數學角色，能體會出數學的實用價值，而產生樂觀的態度，但亦可能由於學習的挫折而產生厭煩的態度，可見經驗對態度的建立是有很大的影響的。

3. 討論中培養 (Deliberate cultivations)：

任何一堂課都會導致學生正向或負向的態度，若一個枯燥無味，缺乏變化的教法可能造成學生的厭惡與逃避，反之則可引起學生學習的興趣，故可藉討論的方式，如「為什麼數學是重要的」、「如何成功的學習數學」、「如何使數學課程更有趣」等，以培養與建立學生樂觀的數學態度。

本研究以學生學習過程中態度的轉變為主軸，依據研究文獻資料的分析，將學生的數學學習態度分為以下幾個向度作為考量：

1. 數學學習信心：

數學教育的目的是培養學生擁有學習的信心，在面臨數學問題時，不會退卻；不會因為一點小挫折，而對數學感到害怕。

2. 數學學習動機：

學習動機是指引起學生學習活動，維持學習活動，並導致該學習活動趨向教師所設定目標的內在心理歷程(張春興，1994)。學習動機是造成學習活動產生的重要因素，也是形成態度的重要因素。

3. 學習習慣：

態度可分為情意、認知及行為。當學生態度轉變時，除了從學生對自我的認知中可以發覺，經由行為的檢測也是一種測量學生態度的方法。因此在本問卷的架構中便納入了學習習慣，試圖從學生的行為表現來了解其態度的意向與轉變。

4. 數學自我概念：

自我概念，最簡單的說法就是個人對客體自我的看法（張春興，1994）。包括了個人對自己的能力、性格以及與人、事、物之間的關係等諸多方面，也包括了個人從目標與理想的追求中所獲得成敗的經驗，以及對自己所做的正負評價。從教育的觀點出發，我們應該培養兒童正確的自我觀念，從而提升學業成就。而學校的教學、評量都可能對兒童的自我觀念影響巨大，進而影響態度的概念。因此將自我概念納為其中一個變項實有必要性。

5. 溝通及互動概念：

溝通是目前教育潮流的趨勢，互動式教室社會化之下的產物。兩者均為現今教育重要的課題，所以實有納入數學學習態度的必要。本研究中除了將溝通視為一種能力之外，在數學學習態度上亦將溝通當成是一種意向。

6. 數學的實用性：

當前的數學教育相當強調數學必須與生活相結合，提倡數學教育生活化的理念，認為數學課程應該以日常生活的主題為情境，讓學生進行解題的活動。且讓學生了解數學對生活的幫助在哪裡，進而知道數學背後訓練的邏輯思考能力是一項在日常生活中感受不到卻是非常有用的能力。

在 1970 年以前美國關於數學態度的研究相當少，在 1968 年由於 Dutton 認為學生的數學能力有逐漸減弱的現象，且對數學學習缺乏自信，而開始進行研究，激起一般研究者對數學態度的重視。因此在 1970 年之後，相關論文逐漸增多，而我國雖不斷對數學教育做改革，卻往往著重在數學專業知識上，忽略了對數學的鑑賞力，應當在教學方法與評量上改變，減輕學生的數學焦慮，從自然中建立樂觀的數學態度，讓數學不再是學生最害怕的學科，方能徹底提高數學成就。

參、研究方法

一、研究方法

本研究採行動研究（Action research），行動研究強調研究是結合「研究」與「行動」的一種結合理論與實務的檢驗過程，最能夠幫助研究者與實務工作者投入教育現象本質的解析，並且具體有效的發揮「將教育理論應用於實際」、「借實際經驗修正理論」的功能（甄曉蘭，1995）。這次進行的行動研究，就是企圖運用同儕鷹架教學，藉

由研究者的實際行動，在教學經驗中發展出實踐的知識，以促進個人專業的成長。

二、教學策略與實施

本研究所採用之教學策略包括擬題、數學日記與同儕討論。在教學剛開始之前，先以數學態度量表實施前測。再由教師先示範布題（約 3~5 題）並講解，題目的設計避免以數學公式的代入即可獲得答案者，並傾向有多種解題方式之內容，而在教學活動開始之後，隨著時間的漸進，活動內容亦由可具體操作的性質，逐漸趨向符號化的設計。接著，在教師規定單元主題(如：等差數列)後，由各組共同擬題，交由下一組解題，並上台講解。研究者亦要求學生在每次上課後寫下心得札記，作為下一次課程之參考，最後，在教學活動結束之前，再實施數學態度量表後測，以對照學生數學態度的轉變。

三、研究工具

本研究所蒐集之資料包括質性資料與量化資料，可分述如下：

(一) 質性資料：

1. 「數學日記」：本研究的數學寫作活動主要是針對國中學生設計的，寫作形式以半開放的方式為主。寫作活動內容以文字題創作、解釋性寫作為主，包含有心得分享、上課摘要整理、數學擬題、解釋性寫作與數學故事等形式。
2. 教師心得札記：包括教師上課觀察所得與課後的檢討反省日誌。
3. 文獻蒐集：包括國內外學術期刊與博碩士論文等。
4. 訪談 (interviews)：分為開放式訪談、焦點訪談 (focused interview) 與結構式訪談等等。
5. 錄音錄影轉錄資料：

本研究以「教室錄音錄影」之方式來蒐集全班數學同儕鷹架的互動情節資料。研究者將教室互動的全部過程皆與以錄影，作為資料分析的來源；並進行現場觀察，紀錄對日後解讀錄影資料之協助性札記。基於人力與時間之限制，本研究無法蒐集到班級時間內所有個體彼此間的互動情節，以及小組時間內所有小組的組內互動情節，故以教室中的數學對話為主。

(二) 量化資料

本研究之數學態度問卷（請參閱附錄）採用林星秀（2002）之數學學習態度量表，加上專家學者的建議編製而成。此量表採五點李克特氏（five-point Likert scale）的計分方法，分成非常同意 5 分、同意 4 分、沒意見 3 分、不同意 2 分、非常不同意 1 分；反向題計分為 1、2、3、4、5；就平均而言，大於 3 表正向態度，小於 3 表反向態度。原共有 33 個小題，經過預試之後，將量表總分由高到低排序，前 27% 者當作高分組；後 27% 當成低分組，將高低兩組進行 T-test，以進行資料縮減，刪去鑑別度步顯著的題目，之後將其餘的三十個小題進行因素分析（Factor Analysis），而把此量表分成四個層面，並以 Cronbach α 值來確認其信度，總量表信度 0.9341。

由於林星秀（2001）的預試樣本為高雄市的國二學生，為避免地區及年級的差異性，故本研究選取實驗學校一、二、三年級各 36 位學生為預試樣本，同樣以 Cronbach α 係數來考驗量表的內在信度，總量表的 α 係數為 0.9228，代表此量表的信度頗佳；再以獨立樣本 *t*-test 考驗高低分組在每個題項的差異，求出問卷個別題項的決斷值（critical ratio），作為量表鑑別度的指標，結果如表 3-9。因為全部題項的 *t* 值均達顯著（*p* 值 < 0.05），代表全部題項均有鑑別度，故在採用時不必刪修題目。

四、個案描述

研究對象為雲林縣某國中之三年級學生，在研究班級中有 33 人，均為男生。且在該班學生中，僅有三位學生以報考技術學院為志向，其餘均以公立高中為第一志願，因此班上讀書風氣良好，對於學習也顯得相當主動。學習活動以小組方式進行，而學生的分組是依照前次月考之數學成績，採 S 型分組。

課堂上以全班的數學對話方式進行，在學生擬題交由下一組之後，由下一組學生依序輪流上台講解，每人講解一題，並在講解之後，接受班上同儕的質疑、辯論與補充。其中資料呈現部分的學生編碼，依照低、中、高成就分別於座號之前以 L、M、H 標示，如下表呈現：

表 1

個案班級座號與數學成就對照表

L1	M2	M3	L4	H5	L6	H7	M8	L9
L10	H11	M12	M13	L14	L15	H16	H17	M18
M19	L20	L21	M22	H23	M24	H25	H26	H27
L28	H29	M30	L31	M32	H33			

五、資料蒐集與分析

本研究在開始實施之前，先對學生進行開放式問卷的施測，以瞭解學生原本之數學態度，並在活動之後，再進行一次開放性問卷的施測，以確認其改變。且為蒐集學生在數學探究活動中的活動資料，活動歷程全程錄音，以蒐集學生活動過程中的對話，並將所蒐集之資料轉錄為原案，進行分析。同時要求學生上課時撰寫筆記，並在課後撰寫課後心得札記。本研究所蒐集的資料包括上課情況的同步錄音，及學生的學習工作單、小組報告與學生的課後心得札記。並以學生的筆記與課後心得札記用以補足缺漏之處。

在行動研究的歷程中，資料蒐集和分析是同時且持續進行的。透過持續比較解讀與檢視所有的原始資料，列出資料中呈現的主題，逐漸歸納出若干類別，然後把分類資料的規則明確化，接著把相同類別的資料組合起來。並尋找例外或反面的例子，以幫助修正出現的假設。為了避免研究者偏見，採用了三角校正 (triangulation)，比較和對照不同參與者 (教師、學生)、不同蒐集資料的方法 (錄音、文件分析) 和不同的資料 (討論資料、數學態度問卷、學習單、教學日誌、相關文件)，對於各種相同事件或特定主題的一致性，以提昇研究結果的可靠性。

肆、結果與討論

本研究的目的是在以同儕鷹架的概念，透過小組擬題與數學討論活動，鼓勵學生以更多元、開放的方式解題，經由同儕對談、小組討論並由學生上台講解、分享的方式，以提供同儕鷹架，幫助學生學習，並觀察學生數學學習態度的改變。在經過約三個月 (2004/03/01~2004/05/29) 的教學改進計劃之後，研究者發現學生的數學學習已有所變化，茲分述如下：

一、數學態度問卷前、後測之比較：

為了解個案班級學生在數學學習態度量表之前後測成績的差異情形，茲以學生的數學學習態度量表之前後測成績進行統計 t 考驗，結果如下表

表 2

學生數學態度前、後測統計表

組 別	前 測	後 測	後 測 - 前 測	<i>t</i> 值	<i>p</i> 值
全班	平均數	106.93	111.80	4.87	2.298 0.037
	標準差	8.90	8.18		

從數據中可以發現，個案班級的前後測平均成績呈現正成長，表示數學學習態度皆呈現正向的改變；且經過成對樣本 *t* 檢定之後，達到顯著差異水準 ($p = 0.037 < 0.05$)，表示接受個案班級的學生在數學學習態度上改變達到顯著。

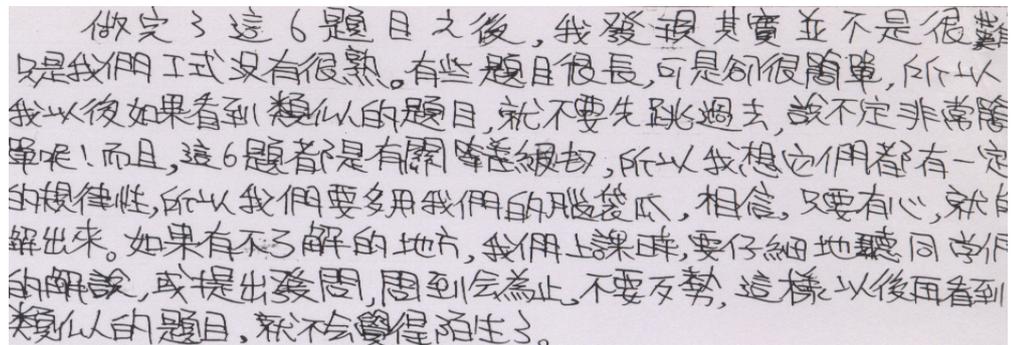
二、學生數學態度的轉變：

(一) 由原先的畏縮、缺乏自信轉變為對自己的解題有信心：

數學教育是希望能使學生在日常生活中靈活地運用數學，並了解數學在日常生活中的角色，進而對數學有正面的評價，使學生成為主動的學習者，有信心學好數學並接受挑戰。但在過去二年的教學歷程中，研究者發現個案班級的學生對數學相當恐懼，甚至會認為「數學很難，不是一般人學得會的」(L4 數學日記 2004/03/02)，「反正以前數學就不好了，再怎麼努力，大概也是這樣吧！」(L10 數學日記 2004/03/02)，「看到數學符號，我的頭就昏了，連本來會的好像全部都不會了。」(M19 數學日記 2004/03/02)，對數學的學習顯得相當畏縮。此與鐘靜(1991)所提出的「年級越高的學生愈不喜歡數學，愈害怕數學」現象相當雷同。在教學改變起初的課堂上，這樣的情況也隨處可見。大多數的學生對自己的解題相當缺乏自信，即使其解題歷程是對的，但是往往當同儕對其解題過程提出質疑時，就會顯得不知所措而以他人的意見為主，甚至認為自己做錯了，趕緊把自己寫的部分塗掉，即使是高成就學生亦然。個案班級的學生因為已經進入複習的階段，層出不窮的考試在加上新進度交錯的情況下，許多學生在小考與段考的表現皆不佳，也有不少學生因而表現出相當灰心的態度。如：M2：「…現在學的部份好難，而且都和以前學過的有關係，雖然之前老師有花時間複習過，可是每次只要我遇到那種題目很長的應用問題，就會很想放棄。」(M2 晤談

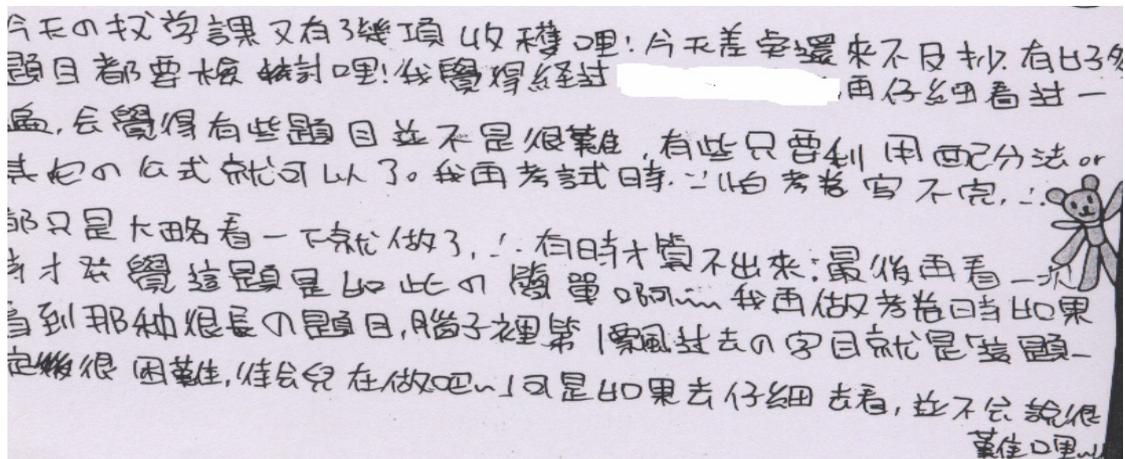
2004/03/02); L9:「我覺得又要複習、又要應付新的東西,會覺得根本沒辦法應付,很想乾脆放棄數學拼別科算了。」(L9 晤談 2004/03/02); M24:「最後這個部份的數學很難,因為範圍都很大,要用到以前的東西,是那種整合型的題目,不像以前如果是第一章的題目,就用第一章教的方法就可以了,現在都沒辦法這樣,覺得蠻挫折的吧!」(M24 晤談 2004/03/02)但在數學同儕鷹架的運作之下,學生透過鷹架的作用,獲得自己 ZPD 中所需要的資訊,不僅增加了數學能力,也逐漸建立了自我的肯定。如:

(例證一)



做完這6題目之後,我發現其實並不是很難,只是我們公式沒有很熟。有些題目很長,可是卻很簡單,所以我以後如果看到類似的題目,就不要先跳過去,說不定非常簡單呢!而且,這6題都是有關等差級數,所以我想它們都有一定的規律性,所以我們要多用我們的腦袋瓜,相信,只要有心,就能解出來。如果有不了解的地方,我們上課時,要仔細地聽同學的解說,或提出發問,問到為止,不要反勢,這樣以後再看到類似的題目,就不會覺得陌生了。

(例證二)



今天的數學課又有3幾項收穫哩!今天差不多還來不及抄,有39個題目都要檢核計哩!我覺得經過...再仔細看一遍,會覺得有些題目並不是很難,有些只會利用配分法或其他的公式就可以了。我再考試時,就怕考官不克,所以都只是大略看一下就做了,所以有時才算不出來:最後再看一次,我才發覺這題是如此簡單啊!!!我再做考卷時,如果遇到那種很長的題目,腦子裡第一個風去去的字目就是這題一定很困難,待會兒在做吧!!!可是如果去仔細去看,並不會說很難哩!!!

而學生的晤談資料,也有類似的情況出現,如:M18:「...看同學上去講,本來覺得很難的東西好像突然就便簡單了,尤其是那種平常成績比較差的同學,都講得出來,

就會覺得那自己應該也可以吧。」(M18 晤談 2004/05/06); M3:「…以前自己有時後會做出不一樣的作法,可是也不知道到底對不對,所以也不感用自己的方法去做。這次這樣上台講給同學聽,我發現我的作法不但都可以,而且好像都是蠻厲害的方法,像 H16、H27 他們都沒有想到的,突然覺得自己好像還蠻厲害的。」(M13 晤談 2004/05/06)。亦顯現出了學生數學學習態度的轉變。

(二)由單向接收訊息,轉變為敢於質疑、討論,甚至能更進一步地提出自己的見解:

NCTM(1989)的課程標準中,開宗明義就指出應該將數學當成是一種溝通的表現,教育部(2001)亦提出了「發展以數學作為明確表達理性溝通工具的能力」,目前,數學溝通能力已成為數學教育的潮流之一,但在傳統以教師為中心的教學中,學生往往只是單向地接受來自教師或高成就學生的訊息,因此大多數學生幾乎都養成了接受他人答案的習慣,即使對解題歷程有疑問,往往也不敢提出其他意見。這種單向溝通的方式,對學生的數學學習是相當不利的。在教學改進計畫開始之初,個案班級的學生亦顯現出這種單向接受訊息的傾向,對於問題討論並不熱衷,也表達了「反正上去講的人那麼厲害,應該一定會對吧!」(L10 數學日記 2004/03/05),「不知道怎麼討論,講錯了很丟臉!」(L21 數學日記 2004/03/05)的訊息,且高成就學生(如:H11、H16、H27、H33),在個案班級幾乎是權威形象的代表,其他學生對他們完全不敢質疑。

(例證三)

在 2004/03/09 的課堂中,H16 上台提出他的解法,但是當同學詢問他為什麼要這樣做的時候,他僅以「這樣做比較快」回答(錄音、錄影轉錄 2004/03/09),而其他學生也不敢再提出其他意見。同樣的情況,在 2004/03/11、2004/03/16 的課堂中,皆出現了相當雷同的情形。

然而在學生逐漸習慣了由同儕提供鷹架的討論方式,透過同儕來提供學習鷹架,使得班上的討論變得相當熱烈,不僅敢質疑高成就學生的作法,學生亦提出自己的解法與同儕分享。如 2004/04/26 的課堂中,L4 不但質疑 H16 的做法,在 H16 重新訂正後,M3 也提出自己更為迅速的解法。可以看到學生對於數學的學習態度有了重大的轉變。

(例證四)

H16 上台講解:「7-11 超商舉辦用 6 個礦泉水空瓶換 1 瓶礦泉水的活動。一星期下來,伯彥班上共收集了 175 個空瓶,請問共可換得幾瓶礦泉水?這一題很簡單,就 $175 \div 6 = 29 \cdots 1$,就是 29 瓶」(講完就下台,台下學生一片錯

愕)

M3：有這麼簡單嗎？

師：那 M3 認為還可以怎麼做？

M3：喝完還有空瓶還可以再換吧！（台下學生：ㄟ！對哦！）

M22、M30：那不就換不完了！

H16（很堅定的說）：不會，它不會換不完，換到一定的瓶數就停住了。

師：那 H16 你要不要上來改？（H16 點頭，上黑板寫下）

$175 \div 6 = 29 \cdots 1$ ， $29 \div 6 = 4 \cdots 5$ ， $(1+5) \div 6 = 1$ ， $29+4+1=34$

原來 175 瓶，每 6 瓶換一瓶，可以換 29 瓶來喝，剩一個空瓶子；29 瓶喝完再換，可以換 4 瓶，剩下 5 個空瓶子。原來的 1 個空瓶加上 5 個空瓶又可以再換 1 瓶水，到這裏就換完了，總共是 $29+4+1$ 有 34 瓶。（台下學生紛紛點頭）

師：那對於 H16 這次講的有沒有問題？

M3（舉手）：老師我有更快的方法？

師：好，那你上來寫寫看（M3 上台，寫下）

$175 \div 6 = 29 \cdots 1$ ， $(29+1) \div 6 = 5$ ， $29+5=34$

這裏換 29 瓶來喝，直接加上 1 個空瓶再除以 6 可以換 5 瓶， $29+5=34$ 比較快（錄音、錄影轉錄 2004/04/26）。

甚至學生由不懂裝懂，改變為勇於上台表達自己的看法，請同學指正更是令人訝異的改變。過去的學習歷程中，經常可以看到學生不懂裝懂的情況，不僅不願意承認自己不知道的部分是什麼，更害怕自己不知道的部分被同學知道。但在同儕逐漸提供鷹架之後，學生逐漸願意將自己對的經驗與同學分享，甚至連自己做不出來的解題過程，也願意呈現於黑板上，希望同學給予意見。如：

（例證五）

在「小童拿了一把最小刻度為 1 公分的直尺與一條長 1 公尺的繩子，則繩子最少對摺幾次，其對摺後的長度近似值是 1 公分？」的布題當中，H33 對於自己的算法是正確的，但最後的答案卻和別人不同，因此提出問題，請班上同學為他找出錯誤。

H33：老師，我用等比的公式算，可是算出來 $n=8$ ？

師：哦？那你上來寫寫看吧！

H33 上台寫下

$a_1=100$ 公分， $R=0.5$ 代入 $a_n = a_1 \times r^{(n-1)}$

$100 \times 0.5^{(n-1)} \doteq 0.01$ ， $0.5^{(n-1)} \doteq 0.01$ ， $0.5 \times 7 \doteq 0.0078125$ ， $n-1=7$ $n=8$

師：H33 可以先說明一下嗎？

H33：假設 $a_1=100$ 因為是對摺所以公比 $r=0.5$ 代入 $a_n = a_1 \times r^{(n-1)}$ 的公式

$100 \times 0.5^{n-1}$ 近似於 1，所以 $0.5^{(n-1)} \doteq 0.01$

因為 $0.5 \times 7 \doteq 0.0078125 \doteq 0.01$

所以 $n-1=7$ $n=8$

師：好，那 H33 的算法和我們的答案不一樣，大家可不可以幫他看一下是哪裏有問題？

H29：沒有錯啊！他現在算 a_n 的 n ，可是對摺算 $n-1$ 就好了！

（台下的部分學生出現恍然大悟的神情，但 H33 似乎仍聽不懂）

師：H33 你知道 H29 的意思嗎？（H33 搖頭）

M18：你是用 a_n 去算，算出來是 $n=8$ 沒錯，就是你裡面的第 8 項很接近 1，可是題目是問對摺幾次，只摺 7 次而已。

L9：就很像算間隔那樣…（錄音、錄影轉錄 2004/04/28）。

相似的情境，在 2004/05/03、2004/05/10、2004/05/26 的課堂中，皆出現了相當雷同的情形。而由以上的例證當中，可以觀察到個案班級的學生在數學學習態度上的轉變，而這樣的轉變也反應在學生的課後心得札記中。如 L10：「...以前我都不好意思問問題，怕被別人笑，現在我把不會的問題拿出來問同學，他們幫我檢查式子，這樣會比較快懂...」（L10 數學日記 2004/04/29）。M30：「看到別人居然敢上台把自己作錯的跟同學講，我真是從來沒想過可以這樣，不過，這樣比自己想到頭都快爆掉好多了」（M30 數學日記 2004/06/12）。這樣的轉變使得學生在數學學習態度上更重視溝通，在溝通中重新建構知識，也愈勇於嘗試。此與 Johnson（1970）所提出『任何一堂課都會導致學生正向或負向的態度，若一個枯燥無味，缺乏變化的教法可能造成學生的厭惡與逃避，反之則可引起學生學習的興趣，故可藉討論的方式，如「為什麼數學是重要的」，「如何成功的學習數學」、「如何使數學課程更有趣」等，以培養與建立學生樂觀的數學態度』的看法相符。

(三) 由原本的低參與度、不主動轉變為主動為同學說明、分享：

個案班級學生升上三年級，接近基本學力測驗之後，研究者發現班上有許多學生幾乎是採取「獨善其身」的學習態度，不僅很少參與小組的討論，即使是會做的題目，往往也吝於與他人分享。由於高成就學生往往「冷眼旁觀」，而低成就學生又無法提出自己的看法，因此教師布題之後，教室內一片死寂的情況在過去經常可見。高成就學生認為「每次都是我們幾個在做，很沒意思。」(H16 數學日記 2004/03/07)，「常常都是講了，他們也不懂，連講錯同學也不知道啊！」(H27 數學日記 2004/03/07)，低成就學生則認為「成績好的人都沒有回答了，哪輪得到我們說話？」(M19 數學日記 2004/03/07)，「不好吧！講錯會很丟臉，我才不要去講。」(L28 數學日記 2004/03/07)，「不知道要怎麼說，有時候只是不小心算對的，自己也不確定。」(L10 數學日記 2004/03/09)，而在同儕討論的風氣逐漸形成之後，學生們的情況有了變化。如

(例證六)

在 2004/03/25 的課堂中，M32 由於同學的提問而完全慌了手腳，H27 也上台替他解圍..

H27 (指著他黑板的式子)：

$$5 \div 2 = \boxed{2} \cdots 1$$

$$1 \div 2 = 1/2 \cdots 1/2 \quad \times \text{(擦掉)}$$

$$10 \div 4 = \boxed{2} \cdots 2$$

$$15 \div 8 = \boxed{1} \cdots 7$$

$$18 \div 16 = \boxed{1} \cdots 2$$

(指著匡起來的部分)這裏原先加起來有 6 張，(把第二行擦掉)第一行的 1 張二開變成 2 張四開，和底下剩下的 2 張四開在一起變成一張全開，所以再加 1 張變成 7 張，最後二個式子餘下的 7 張八開，是全開的 7/8，2 張十六開是全開的 2/16=1/8，7/8+1/8=1 張全開，再加這 1 張就剛好是 8 張了！(錄音、錄影轉錄 2004/03/25)。

(例證七)

H26 上台講解，講完之後隨即遭到其他同儕的質疑：

H11、M24：為什麼要除以 8？不是用 9？你再算回大拇指的時候，大拇指不是數 9 嗎？

同儕鷹架理論對國三學生數學態度影響之探究

(H26 看著自己的筆記，答不出來…約三分鐘後下台找 L1 和 M8 討論…)

師：有沒有人願意幫 S26 講一下的？

H29：他是把大拇指數 9 的那個看做是第二輪的開始啦！（上台寫下）

大	食	中	無	小
1	2	3	4	5
	8	7	6	
9	10	11	12	13
	16	15	14	
17	18	19	20	21
	24	23	22	

就像這樣子，所以是除以 8，不是除以 9。（錄音、錄影轉錄 2004/04/09）

由以上之例證可以看出高成就學生行為上的轉變，而在這個部分，學生在其課後心得札記中，也表達出相當類似的情況，如 H27：「...以前都比較不好意思講，可是現在發現可以幫助同學也蠻好的...」（H27 數學日記 2004/04/09），H29：「...我覺得上台教同學，自己把想的東西講一遍，會比以前只有自己想的時候還要清楚。」（H29 數學日記 2004/04/15），高成就學生透過講解的過程，發現可以增加自己的數學理解，因而提高了其參與度。而低成就學生也開始會主動上台報告，雖然他們的報告內容仍不夠詳盡，言語之間也仍缺乏自信，但就其學習態度而言，確有所進步，甚至有低成就學生會先找資料補充其他同學不足的內容，比起過去只是被動地等老師補充說明的態度，實在有相當的進步，這也推翻了鷹架要由高成就學生來提供的傳統看法。例：

（例證八）

師：O.K. 黑板上的差不多了，那請大家先停下手邊的工作，我們來先看看這一部份同學提出的最後三個問題，誰要先上台？

（L20 舉手，L20 在班上數學程度屬中下，平時話很少，通常上課沒什麼反應，但還算用心的學生，因而他會願意上台，且是第一個上來講解，蠻令人訝異的）（錄音、錄影轉錄 2004/04/25）。

(例證九)

L26：老師，我補充 H32 講的那個公式，就是第四測解一元二次方程式裡面有用到的，它說，如果已知方程式的兩根，那要求方程式的公式就是(上台寫下) $X^2 - (\text{兩根和})X + (\text{兩根積}) = 0$ (錄音、錄影轉錄 2004/05/12)。

(例證十)

在 H29 所講解的問題當中，H7 提出另外的解法：

H7：我這一題就是用等差公式來做，把他代入 $a_1 + (n-1)d$ 的公式，其中 a_1 是 5， a_2 是 9，所以公差 $d=4$ ，那第一小題就是

$$5 + (n-1) \times 4 = 1234 \quad n = 308 \cdots \cdots 1$$

那 308 剛好到大拇指，餘 1 就是食指。(全班露出茫然的神情)

L15：為什麼 $a_1=5$ ， $d=4$ ？

H7：你從大拇指算到小指剛好從 1 算到 5，所以 a_1 是 5，再算回大拇指是 9，然後再算到小指是 13，所以每一輪的公差都是 4

(台下部分學生點頭表示懂了，但仍有大約一半的人顯得很疑惑)

師：有沒有人可以幫 H7 講詳細一點？

(L20 上台，在黑板上畫出一隻手的形狀，以此形狀作為例子，比給同學看)你從左邊開始算過去啊！(比著黑板上的手) 1、2、3、4、5，是不是剛好到小指；然後再算回來：6、7、8、9，大拇指就是 9，再算到小指：10、11、12、13。所以每次算一輪就是 5、9、13，公差就是 4。

師：那這樣有沒有比較懂？

M3、M8：有，有畫圖就懂了！(錄音、錄影轉錄 2004/06/09)。

在過去的教學中，研究者經常面臨的問題是，低成就學生對於數學學習的消極態度，他們往往認為數學課只是高成就學生表演的舞台，而忽略了自己的能力，在經過了這樣的教學改變之後，低成就學生發現自己在課堂中並非使不上力。例如：L10：「…沒想到我覺得有準備以後，我居然還可以教別人實在太有成就感了。」(L10 數學日記 2004/05/18)。M12：「…上台以後發現，其實沒有那麼可怕，多跟人家討論就會了，而且還可以想到一些自己從來沒想過的東西。」(M12 數學日記 2004/06/14)。這樣的學習經驗增加了低成就學生的參與度，同時也讓他們對於數學學習有正面的影響。甚至學生們願意主動上台幫同學補充，還能主動先整理重點，再上台與同學分享，

這樣巨大的改變實在是令研究者相當訝異的。

(四) 由只關心分數與答案的對錯，改變為對數學探究的熱忱並注重理解：

個案班級在升上三年級之後，由於接近基本學力測驗，校內的模擬考不斷，又有課程的新進度，個案班級的學生常常表示壓力很大，怕考不上，因而對於分數顯得斤斤計較。在同儕之間也經常為了 1、2 分而爭得面紅耳赤，這樣的情況在教學改進計劃初期，學生的課後心得札記仍可以看到類似的情況。如：M13：「…慘了，又比 XX 的分數少了 5 分，這次的總排名一定會輸他。」(M13 課後心得札記 2004/03/02)，L21：「…居然連續二題都猜錯，損失了 6 分，實在是太倒楣了。」(L21 課後心得札記 2004/03/02)。且個案班級的學生也經常表現出只關心答案的對錯，過程並不重要的學習態度。如：M22 在台上無法回答同學的疑問時，說了「沒關係啦！答案對就好了。」(錄音、錄影轉錄 2004/03/25)；而 L9 在 2004/03/09 的課堂上也說道，「…沒關係啊！就把它背起來就好了，幹嘛想那麼多？」(錄音、錄影轉錄 2004/03/09)。諸如此類的耳語，在初期也經常出現在學生的小組討論之中，顯示出學生的數學學習態度。但當學生發現透過全班討論方式，自己的問題可以獲得解決時，其重心由答案的對錯逐漸轉移到對問題探究的熱忱，學生們不再以答案的對錯作為學習的判斷標準，甚至 L9 會提出「題目沒有問的，我們也可以想想看啊！」(錄音錄影轉錄 2004/05/22)；M18 也提到「…因為這一題是選擇題，可以用選項一個一個去代，如果改成填充或是計算，能不能做？怎麼做？」(錄音錄影轉錄 2004/05/11)；M3 也提出「這種作法太慢了，我們應該可以想出別的分法來做…」(錄音錄影轉錄 2004/05/15)，這樣的想法的確是逐漸脫離了分數的桎梏。

二、影響學生數學態度改變之因素為何？

(一) 透過溝通與討論可減少數學焦慮

數學溝通能力是一種時代的趨勢，亦能提升數學的品質。最主要功能除了與人溝通想法之外，亦可「內化」成為自己的語言，有助於思考。學生溝通時的歷程雖不如數學家的對話，但重要的是學生經由溝通可以激發雙向潛能發展區，使學生彼此皆能受益。在對話過程中溝通想法、為想法辯護、對其他人解釋的過程中，也能獲得聽眾的回饋，創造雙贏的目標。

在數學學習中，數學術語的使用是無可避免的，而其所造成的影響亦鉅。Lemke

(1990) 指出，許多教師都知道，初次介紹一個新名詞或概念時，僅僅給予一個定義是絕對不夠的。若缺乏較多的經驗，學生多半無法使用該數學術語，以及了解這個術語和其他術語之間的關係。這就是為什麼在一個好的教學活動中，會有許多反覆的解說、舉例、以及將術語與概念所隱含的意義，用在各種不同的情境中。Lemke (1990) 提醒數學教育學者，數學語言並不屬於學生原有的語言系統，對大多數的學生而言，數學就像是一種外國話，除非他們已經長久地使用，否則不熟練的感覺還是會讓他們感覺不自在。

然而，過去為了趕上課程進度，研究者鮮少提供學生能夠溝通與討論的機會，而在本次的研究過程中，學生透過辯論、獲得來自同儕的鷹架，透過同儕的語言對學生的數學學習態度有極大的影響。如：H33：「我覺得有這樣討論以後真的很好，以前可能只有問一、二個人，或是不敢問，現在有很多人可以提供意見，而且因為是跟同學講，也比較不怕。」(H33 數學日記 2004/04/26)，M13：「可以討論很好啊！不像以前不會也不敢問老師，又不知到要怎麼辦？」(M33 數學日記 2004/05/11)，H29：「開始討論以後，我覺得我比較喜歡數學，覺得比較不怕了，因為老師說我們可以問別人，就不怕別人看不起我們。」(H29 數學日記 2004/05/05)，此與 NCTM (1991) 指出，「若要提昇數學課室中教與學的品質，需要教師提供數學任務與聚焦在高階思考的環境，而豐富的數學對談是當中一項相當重要的元素。它是學生學習數學的中心，是交換想法的方法，也會影響任務與學習環境。」是相當吻合的，也讓研究者對數學教學的策略有了更深的體認。

(二) 獲得成功經驗的體驗

台灣教育由於受到升學主義及智育掛帥的影響，數學教育偏重於數學知識的灌輸，因而忽略了數學學習態度的培養，降低學生的學習興趣。因此，許多低成就學生由於長年來的學業成就低落，對數學的成功已不抱希望，在個案班級的確有如此的現象，但在本次的行動研究中，大多數的學生都獲得了成功經驗的體驗，因此其數學態度也有了轉變。如：H27：「...以前都比較不好意思講，可是現在發現可以幫助同學也蠻好的...」(H27 數學日記 2004/04/09)，H26：「...我覺得上台教同學，自己把想的東西講一遍，會比以前只有自己想的時候還要清楚。」(H26 數學日記 2004/04/15)，L28：「...沒有想到我居然可以幫 H27 補充，實在太有成就感了。」(L28 數學日記 2004/05/18)。M30：「...上台以後發現，數學其實沒有那麼可怕，有充分的準備就會了，像我這次講完之後，就覺得自己其實還蠻厲害的...。」(M30 數學日記 2004/05/14)。

邱守榕(1996)提出：「學習障礙(Learning Disabilities)的研究，已確認大多數人對數學表現出的退縮態度，是從學校中學來的，這類現象稱為「習得的無助感(Learned Helplessness)」。」因此要改變學生的數學態度，必先消除學校造成的學習困難，改變教學策略，多提供學生成功的體驗。

(三) 發現數學在生活中的應用性

雖然數學教育不斷地強調數學必須與生活相結合，並提倡數學教育生活化的理念，認為數學課程應該以日常生活的主題為情境，讓學生進行解題的活動。但在過去的教學中，學生幾乎感受不到數學在生活的應用性，因此許多學生表示「數學大概只能用來考試吧！」(開放式問卷 2004/02/20)，「算了一堆東西都不知道到底有什麼用，很沒意義。」(開放式問卷 2004/02/20)，「數學很難，不是一般人學得會的」(L4 數學日記 2004/03/02)，儘管研究者經常耳提面命，不斷強調數學的重要，但學生似乎都沒有感受到。

但在研究歷程當中，由於讓各組學生自行擬題，出現了許多與學生生活較為相關的題目與內容，讓學生體驗到生活中的確是存在數學的，學好數學也可以解決不少問題，如：H7：「這次進行的活動，和以前一直上課、做的題目也不一樣，就是一些生活上平常比較會遇到的。」(H7 數學日記 2004/05/12)，H25：「這幾次的題目都蠻好玩的，不是以前那種一直算的東西，感覺上就比較想去學。」(H25 數學日記 2004/04/28)，「感覺數學好像真的生活有關係了，會比較認真學。」(M2 數學日記 2004/05/20)，因而影響了學生原本消極與被動的態度。這樣的情況與曾淑容(1991)所提出的：「通常學習者對其認為比較有用的學科有較濃的學習意願與興趣，若學習者知覺數學對他的未來生活、求學或就業有重要的幫助，自然願意投注較多時間學習。」不謀而合。

(四) 獲得深層學習

長期的習得無助感之後，個案班級的學生，有一部分經常在考卷發下之後，填上姓名與座號，就趴著睡覺，而這樣的情況，在升上三年級之後更為嚴重，因為學生認為「反正怎麼算都錯，課本講得那麼簡單，我又不會應用，不如把時間花在別的地方...」(L4 數學日記 2004/03/05)；「我超怕應用題的，你如果只是考計算，那我還可以看看，可是如果是應用題，那我不行了...」(L15 數學日記 2004/03/05)；「...我覺得問題蠻多的，看老師做都好簡單，可是自己做就不是這樣了啊...上課又不可能一直問問題，所以先背起來再說吧！」(L31 數學日記 2004/03/05)，由此可見個案班級的學生的

數學學習幾乎只有停留在計算、記憶與練習，這樣表層的情形，甚至為了節省時間，「先背起來再說」是許多學生數學學習常用的策略，這也是傳統教學最使人詬病的問題之一。

而同儕鷹架是希望透過同儕，在近側發展區當中，提供立即的協助，以幫助學生到達最大發展區，學生在課後的晤談中，也顯示出同儕鷹架的確為他們提供了協助，也讓他們獲得了更深層的學習。如：L15：「...這樣討論跟以前差很多ㄟ！以前在小組裡面不好意思問，可是在班上，反正很多人問笨問題，不會就問，可以學到更多...感覺就不怕了...」（L15 課後晤談 2004/05/28）；L31：「...以前學得很不扎實，又不敢問，這樣全班討論下來，可以發現很多自己以前錯誤的觀念，有些東西一直到現在，我才知道我想的都是錯的...感覺蠻有趣的...」（L31 課後晤談 2004/05/28）；L4：「...我覺得最好的收穫應該是不怕應用題了，大家討論之後才發現，原來題目愈長，就說得愈清楚，就不用怕了...」（L4 課後晤談 2004/05/28）。透過深層的學習，讓學生體會到數學的樂趣，也讓學生的數學學習態度更為正面。

（五）評量方式的改變

傳統的數學科評量常常只是模仿課本習作的問題，將它當成是平時考題的材料，而平時考的題目類型又常常成為定期考查的複習材料，教師不斷使用「說明---練習---記憶---評量」的方式進行教學，只強調答案的取得，卻忽略了理解、推理及解決問題的思考歷程。評量停留在記憶與熟練的層次，忽略了學習過程的了解，無法充分了解分數當中所隱含的意義與訊息(古明峰，2000)。而紙筆測驗以是非、選擇、填充、計算、應用題等題型，來評量認知方面的學習，卻忽略了技能操作、興趣、態度情意目標的學習。就學生眼光而言，數學是一個需要回答對錯的學科，因此，在傳統評量之下，許多個案班級的學生對數學感到相當害怕，甚至厭惡。

目前教學評量的發展趨勢為：1. 多元與統合化（同時採用多種效標、多種技巧，以深入完整的檢視學生多層面的知識及能力）；2. 精緻與歷程化；3. 個別與適性化（由學科知識本位轉移至學習者本位，尊重個別差異，評量的實施漸由鑑定取向走向協助取向）；4. 脈絡與意義化（重視知識脈絡的切合性、生活情境的聯結性與遷移性）；5. 科技與智慧化（採用多媒體，運用影像音效、交談互動或遠距聯結來設計，甚至結合人工智慧，進行試題的自動編製及評量歷程的追蹤紀錄，並提供智慧型建議）等。

因此在本次的行動研究中，研究者採用了多元評量的方式，除了傳統的紙筆測驗之外，將學生的數學日記、討論與發表狀況皆列入評量之中，讓學生有更大的空間可

以發揮，也發現學生的數學學習不向過去僅止於表面，而做了深層學習。

伍、結論與建議

一、結論

本研究採用同儕鷹架理念以不同的教學策略進行教學之後，所獲結論可分述如下：

(一) 學生數學態度的改變：

1. 由畏縮退卻轉變為有自信。研究初期，大多數的學生對自己的解題相當缺乏自信，即使其解題歷程是對的，但是往往當同儕對其解題過程提出質疑時，就會顯得不知所措。但在計劃實施進入中、後期之後，大多數學生對自己解題信心有了極大的改變，對於自己的解題過程比過去有了更多、更深入的了解，而面對來自同學、教師的提問與質疑，皆能相當有自信地回答。
2. 由單向接收訊息，轉變為敢於質疑、討論，甚至能更進一步地提出自己的見解。在傳統以教師為中心的教學中，學生往往只是單向地接受來自教師或高成就學生的訊息，因此大多數學生幾乎都養成了接受他人答案的習慣，即使對解題歷程有疑問，往往也不敢提出其他意見。透過同儕來提供學習鷹架，使得班上的討論變得相當熱烈，不僅敢質疑高成就學生的作法，學生亦提出自己的解法和同儕分享。
3. 由原本的低參與度、不主動轉變為主動為同學說明、分享。在過去的教學中，研究者經常面臨的問題是，低成就學生對於數學學習的消極態度，他們往往認為數學課只是高成就學生表演的舞台，而忽略了自己的能力，在經過了這樣的教學改變之後，低成就學生發現自己在課堂中並非完全使不上力。也讓他們對於數學學習有正面的影響。
4. 由只關心分數與答案的對錯，改變為對數學探究的熱忱並注重理解。過去的教學中，學生相當關心分數與答案的對錯，甚至經常要求老師給公式與速算法，但當學生接觸到更多元開放的小組討論方式時，其重心由答案的對錯逐漸轉移到對問題探究的熱忱，也不再以答案的對錯作為學習的判斷標準。

(二) 影響學生數學態度改變之因素：

1. 提供溝通與討論的互動經驗：語言在人類所發展的符號系統中占有重要的地位，兒童透過語言指稱事物、與他人溝通、建構不同語意，以及自我控制。人類透過語言、文字等符號的操弄，使簡單的記憶變得邏輯化與系統化。在社會互動中所提供的同儕鷹架，可以讓學生重構自己的學習態度與學習內容。
2. 提供成功經驗的體驗：透過提供學生成功的經驗，避免學生成為「習得性無助」，降低學生的數學焦慮，避免學生過早放棄學習數學，並能鼓勵學生後續的學習。
3. 發現數學在生活中的應用性：過去，數學一直被視為無用的科目，若能提供學生數學在生活中的應用，可以提升學生的數學學習興趣。
4. 獲得深層學習：過去的教學中，學生相當關心分數與答案的對錯，甚至經常要求老師給公式與速算法，但當學生接觸到更多元開放的小組討論方式時，其重心由答案的對錯逐漸轉移到對問題探究的熱忱，此與 Lesh 等人（2004）所強調的數學理解中的社會層面之解題經驗，學生應與同學或教師進行有意義的互動，這樣的歷程對於數學學習是相當有幫助，是相吻合的。
5. 採用多元的評量方式：不管是教或學，「反思」（reflection）是學習中很重要的一項工作且教學與評量的界線模糊化，因此，提供多元評量的方式，能讓學生有更大的學習空間，亦可改變其數學態度。

二、建議

根據研究結果，本研究提出關於數學教學方面的啟示與進一步研究的建議，以作為未來教學或相關研究之參考。

- （一）本研究發現建構開放、多元與包容的情境，有助於學生數學對話與小組討論活動的進行，以改變學生的數學學習態度。因而教師在教學時，應先對課程有系統性的瞭解與規劃，選擇適當的教學策略，以鼓勵代替責備，讓學生說出自己的想法，並學會包容、尊重他人不同的概念。
- （二）在學生剛開始進行同儕對話與討論時，需要耗費較長的時間，教師要能有較大的耐心，並建議在教學活動實施時，能選擇連續兩堂課進行，方能使學生的討論活動與概念的建立更為連貫。
- （三）為了誘發學生的數學對話，教師在布題上，應設計較為開放式並與生活相關的問題，使學生感受到數學與生活的關連性，並使得問題可以被延伸討論，且在學生完成問題之後，仍能被要求有更周延的答案或解釋。

參考文獻

中文部份

- 古明峰 (2000)。教學評量的現況與發展。《國教世紀》，189，35-42。
- 沈中偉 (1994)。魏考斯基理論在認知策略上的應用。《教學科技與媒體》，2，23-31。
- 杜佳真 (2004)。能力指標系統的重組及表現標準適切性評估之研究。未出版之博士論文，國立臺灣師範大學教育心理與輔導學系研究所，台北。
- 邱守榕 (1996)。數學教育學門規畫資料。國科會。
- 徐椿樑 (2001)。鷹架學習理論在專業技術教學的成效分析之研究。未出版之博士論文，國立臺灣師範大學教育研究所，台北。
- 曹宗萍 (1997)。國小數學態度量表的編製。(行政院國家科學委員會專題研究報告 編號：NSC 86-2511-S153-001)。屏東：國立屏東師範學院數理教育學系。
- 教育部 (2001)。國民小學九年一貫課程暫行綱要。台北：教育部。
- 曾淑容 (1991)。普通班和資優班學生性別、年級、數學歸因和數學態度的相關研究。《特殊教育學報》，35，13-45。
- 張春興 (1994)。教育心理學—三化取向的理論與實踐。台北：東華。
- 張苑珍 (1997)。鷹架理論在成人教學實務之應用。《成人教育》，40，43-52。
- 張靜馨 (1999)。國中低學習成就班的雙環數學教學。《科學教育學刊》，7(3)，28-43。
- 楊代誠 (2004)。國中數學課室教師進行師生對談歷程及影響因素之研究。未出版之碩士論文，國立彰化師範大學科學教育研究所，彰化。
- 甄曉蘭 (1995)。合作行動研究—進行教育研究的另一種方式。《嘉義師院學報》，(9)，298-318。
- 譚寧君 (1992)。兒童數學態度與解題能力之分析探討。《台北師院學報》，(5)，619-688。
- 魏麗敏 (1988)。國小學生數學焦慮、數學態度與數學成就之關係暨數學學習團體諮商之效果研究。未出版之碩士論文，國立台灣師範大學教育研究所，台北。
- 魏麗敏 (1989)。國小學生數學焦慮、數學態度與數學成就之關係。《中國測驗學會測驗年刊》，36，47-60。
- 鐘靜 (1991)。從疑難問題談乘法文字題數學。《國教月刊》，36，33-35。

外文部份

- Bruner, J., Wood, D., & Ross, G. (1976). The role of tutoring and problem solving. *Journal of Child Psychiatry, 17*, 89-100.
- Dyson, A. (1990). Special educational needs and the concept of change, *Oxford Review of Education, 16*(1), 55-66.
- Goodman, Michael R. (1994). *Study notes in system dynamics*. Cambridge, MA: Productivity Press.
- Johnson, D. A. (1970). Attitudes in Mathematics Classroom, *School Science and Mathematics, 43*, 133-165.
- Langer, J. A. & Applebee, A. N. (1984). Instructional scaffolding: Reading and writing as natural language activities. *Language Arts, 60*, 168-175.
- Lemke, J. L. (1990). *Talking science: Language, learning, and values*. Norwood, NJ: Ablex.
- Lesh, R., Cramer, K., Doerr, H., Post, T., & Zawojewski, J. (2004). Model Development Sequences. In H. Doerr, & R. Lesh, (Eds.), *Beyond constructivism: models and modelling perspective on mathematical problem solving, learning and teaching*. Mahwah, N. J.: Lawrence Erlbaum.
- National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, VA: Author.
- National Council of Teachers of Mathematics (1991). *Professional standards for teaching mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Palincsar, A. S., & Brown, A. L. (1984). Reciprocal teaching of comprehension-fostering and comprehension-monitoring activities. *Cognition and Instruction, 1*, 117-115.
- Sterman, J. D. (2000). *Business Dynamics – Systems Thinking and Modeling for a Complex World*, Chicago, IL: Irwin McGraw-Hill.

文稿收件：2006年03月31日

文稿修改：2006年05月15日

接受刊登：2007年07月15日

The Effects of Peer Scaffolding on Ninth Graders' Attitude toward Math: Implications for Math Instruction

Yu-Lin Chen

**Director, Student Counseling
Office, Dong-He Middle School
Yun-Lin County**

Chao-Li Hsu

**Associate Professor & Chair,
Department of Digital
Content Technology
National Taichung University**

Abstract

This study explored how mathematics diary, cooperative learning, and mathematical discussion would affect ninth grade students' math learning attitude. Lasting for about three months (2004/03/01 this 2004/05/29), the study collected and analyzed relevant data while conducting action research. It used systems thinking and peer scaffolding as the theoretical base. We observed the change of student's attitude toward math and probed the factors causing the change. The findings of the study will help teachers reflect on their teaching and develop competence in math instruction.

Conclusions based on the results of this study indicate that systems thinking increase the quality of the teacher's curriculum/instruction planning and competence of math instruction. Further, instructional strategies such as mathematics diary, cooperative and interactive learning, and mathematical discussion based on systems thinking highly motivated students learning in terms of their attention, participation, interaction, confidence, satisfaction, relevance, and higher order thinking on math learning.

**Key words: systems thinking, peer scaffolding, junior high school student,
mathematical attitude.**