

建構教學對實施數字常識教學活動之省思

楊 德 清

黃 明 章

國立嘉義大學數學教育研究所副教授

台南縣新市國小教師

摘 要

本研究之主要目的乃是研究者希望從實際的教學行動中，探討建構精神對數字常識教學活動推行之影響的省思。

研究者於本教學行動研究的反思中認為建構精神對數字常識教學活動推行之影響有下列幾點：1. 觀念的改變：數字常識教學扮演觸媒的角色，改變了學生對於「數學就是計算」的想法；事實上，多數學生的數字常識能力在教學後皆有成長。2. 討論文化的形成：數字常識的學習重視兒童的學習過程，強調合作學習，而建構教學的方式正為兒童架構了良好的學習區，鼓勵兒童從小組討論，分享解題過程中推演與理解其解題方式。3. 增進兒童反思的機會：從檢討與反省中反思，學童可以發現自己進步了，而教師亦可瞭解學生的觀念是否正確。

關鍵詞：建構教學、數字常識、教學省思

壹、前言

國際間許多數字常識 (Number Sense) 相關的研究文獻 (Australian Education Council, 1991; Cockcroft, 1982; Japanese Ministry of Education, 1991; National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 1989, 2000; National Research Council, 1989; 楊德清, 2000 a) 皆強調幫助兒童發展數字常識為中小學數學教育的主要目的之一。美國學者 Paulos (1988) 曾經提到過, 從數學文盲和其所產生的結果, 可以反應出許多缺乏數字常識的概念, 是如何的影響個人和社會整體的發展。由此可見, 數字常識不僅僅是數學教育裡重要的一環, 也是影響個人和社會互動的一個基本因素。

美國數學教師協會之「數學課程與評量標準」(NCTM, 1989) 裡特別強調將數字常識作為數學教育的主題, 尤其是 NCTM (2000) 更主張「數與計算標準的核心就是發展數字常識」(頁 32), 並提出「數字和運算標準」, 希望學前到十二年級的學生都能夠達到以下的基本能力:

- 一、了解數字、表徵數字的方法、數字間的關係和數字系統;
- 二、了解運算的意義以及數字與運算如何產生關連;
- 三、流利地計算並且作有意義的估算。

而這些基本能力剛好是數字常識所要探討的內涵之一, 其重要性更加顯著。

傳統的教學流程總是侷限於教師先下定義 → 佈題 → 教師示範解題 → 學童模仿解題。因而有容易教、可快速獲得答案、與快速且直接的呈現較好成績等優點 (Jarvis & Blank, 1989; Skemp, 陳澤民譯, 1995)。然而此種強迫性之教育, 畢竟不能完全以學童為出發點, 只是為了教學而教學, 學生往往是知其然而不知其所以然。建構主義主張知識應由學童自行建構 (Piaget, 1961), 別人無法加以取代或加諸於其本身, 同時 Reys 等 (1991) 強調過程導向之教學活動的重要性, 主張教師應該為兒童創造一個良好的學習情境, 以鼓勵學生積極從事數字的探索、參與討論、思考和推理, 他們認為如此之教學情境對兒童數字常識之發展, 是最好的途徑。有鑑於此, 營造一個建構方式的學習環境, 對於數字常識的認知較能多元化, 也較符合數字常識之有意義的學習精神。基於此, 本研究之主要目的乃是研究者從實際的教學行動中, 探討教師在建構教學的精神下, 實施數字常識教學活動之推行的省思。基於上述之研究目的, 本研究之研究問題為:

1. 探討研究者以建構教學的精神為基礎，實施數字常識教學活動有何種影響之產生的省思？

貳、文獻探討

一、何謂數字常識？

數字常識 (McIntosh, Reys, & Reys, 1992; NCTM, 1989, 2000; Reys & Yang, 1998; Resnick, 1989; Reys, et al., 1991; Sowder, 1992a, 1992b; Yang, 1995; 楊德清, 2000a) 可以解釋為個人對數字、運算、以及數字和運算所產生之情境的一般性理解，因此具有良好數字常識者能夠彈性、靈活地發展不同的解題策略，來解決包括數字與運算之問題，同時能夠應用此種理解以處理日常生活中包含數字之問題。

二、數字常識的理論架構

雖然許多學者對數字常識的理論架構，仍有不同的主張，然而經過美、澳等國家十多年來的研究與探討，對於數字常識的所應包含的組成成份已趨一致。以下將就數字常識之相關研究，探討數字常識的理論架構。

(一) NCTM (1989) 即認為具有良好數字常識的兒童，應該具有以下之特點：

1. 瞭解數字的基本意義。
2. 具發展數字的多重表徵型式之能力。
3. 能認知數字的相對大小。
4. 瞭解運算對數字的相對影響。
5. 在生活情境中能發展參考點，以測量一般的物體和情境 (頁 38)。

(二) McIntosh, Reys & Reys (1992) 從數字、運算，以及數字加運算所產生之情境三方面為基礎，探討數字常識的組織架構，其關係圖如下：

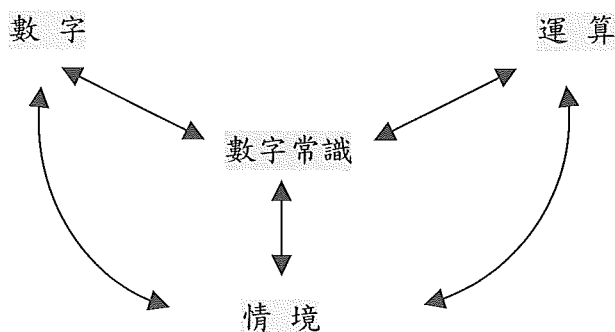


圖 1 數字常識主要元素關係圖 (引自 McIntosh 等人, 1992, p. 12)

McIntosh, Reys, Reys, Bana & Farrell (1997) 等人為了建構數字常識的評量題庫，乃依據上述之三個範疇，建立如下之數字常識組成成份：

1. 瞭解數字的意義及大小，例如："24 代表什麼意義？"； $\frac{4}{5}$ 和 $\frac{5}{6}$ 哪一個較大？
2. 瞭解數字的多重表徵形態，例如： $\frac{4}{5}$ 可以用哪些形式表徵？
3. 認知運算對數字的意義及影響，例如： 300×0.99 比 300 大或小？
4. 相等型式表徵的理解及使用，例如： $70 \div 0.25$ 與 $70 \times \frac{1}{4}$ 是否相等？
5. 能夠彈性地發展計算策略（包括心算與估算）。例如：估算看看學校操場的面積是多少平方公尺？
6. 能夠善用參考點，例如：使用 1， $\frac{1}{2}$ 或 10 當作參考點，以方便於心算或估算。

(三) Sowder (1992) 依據相關的研究文獻 (Greeno, 1991; Hiebert, 1989; Howden, 1989; Resnick, 1989; Trafton, 1989) 定義數字常識的組成成份：

1. 能夠合成或分解數字。例如： $16 \times 125 = 2 \times 8 \times 125 = 2 \times 1000 = 2000$ 等；

2. 能夠辨別數字的相對大小。例如：瞭解 $10.01 > 9.99$ 而 $\frac{1}{3} > \frac{1}{4}$ 等；
3. 能夠處理數字的絕對大小；例如：教室無法容納一千多人等；
4. 會使用參考點。如：使用 1 當作參考點，則 $\frac{7}{8} + \frac{9}{10}$ 的和應該小於 2，且很接近 2；
5. 能夠用有意義的方法去連結數、運算、和相關符號；例如：想要計算 $250 - 86$ 的差，可以分許多步驟來計算， $250 - 80 = 170$ ， $170 - 6 = 164$ 或 $250 - 100 + 14 = 150 + 14 = 164$ ；
6. 了解運算在數字上的效用；例如： $356 - 168 = 188$ ，那麼 $656 - 168 = ?$
7. 能夠發展有利的數字和運算屬性的策略來執行心算。例如，要計算 $1000 - 784 = ?$ 一個學生以往上加的策略，知道 784 再加 16 就 800 了，而 800 再加 200 就是 1000，因而計算出答案是 216；
8. 能夠靈活的使用數字來估算算式的答案，並且辨識估算的適切性。
例如：要估計 $5487 \div 33$ 的商，而將題目改變成 $5400 \div 30$ 的形式等；
9. 能夠易於理解數字的意義。例如：每輛車能夠乘載五個人，那麼 17 個人需要幾輛車？能夠理解出答案若為 3.4 輛是不合理的。

研究者參考上述之理論架構與相關之研究報告(楊德清，1997，2000a，2000b；Markovits & Sowder, 1994；NCTM, 2000；Reys, 1994；Yang, 1995)而發展了一個數字常識之組織架構：

1. 瞭解數字的基本意義：包括瞭解和應用數字的多重表達意義，與具有分解與組合數字的能力；
 2. 比較數字大小的能力；
 3. 瞭解運算對數字的意義和影響；
 4. 運用參考點；
 5. 發展不同的計算策略(包括心算與估算)，和判斷運算結果的合理性。
- 由這五個元素所組成之數字常識組織架構乃是構成本研究之理論基礎。

三、數字常識與建構式教學

受到人文主義思想的影響，人本導向的建構教學從 70 年代逐漸蔚為風潮，其發展至今成了教學的主流，教育部（1993）在國民小學數學課程標準總目標的第一條也呈

現「建構」數學概念的字眼。而其強調的就是「知識是建構出來的」，它必須由認知者本身做起，以自身的經驗作為學習的基礎，而不是假借他人之手，因此逐漸脫離昔日灌輸的教學，改以學生為主體，並以其先前的經驗做為教材或教學內容的依據。本節將從(一)、建構主義的基本原理與教學策略；(二)、數字常識與建構式教學的連結；來探討數字常識本身所蘊含的建構精神。

(一)、建構主義的基本原理與教學策略

近年來從科學哲學、社會心理學、認知心理學等角度來看，許多學者對於行為主義的一些基本假設提出了質疑和駁斥，因而使得建構主義在教育界所扮演的角色越來越受到重視，張靜馨（1995a）歸結出現代建構主義的三個基本原理：

1. 知識是認知個體主動的建構，不是被動的接受或吸收；
2. 認知功能在適應，是用來組織經驗的世界，不是用來發現本體的現實；
3. 知識是個人與別人經由磋商與和解的社會建構。

建構主義影響之所及，從教科書等教材的編寫、教法的改進、乃至於師資的培育等等，建構主義的確為教育革新帶來了極大的衝擊。其中較為普遍應用的問題要屬於建構主義的教學策略了。

何謂建構主義的教學策略？根據黃世傑（1995）的解釋就是：以學生為主的教學活動，在教學過程中強調學生與學生、學生與情境以及學生與老師的互動關係，讓學生主動參與。在這種學習歷程中，學生以原有的經驗為基礎來進行新事物的學習，亦即透過同化和調適的認知歷程而達到真正的學習。郭重吉（1995）更進一步的說明：

在學習過程中，學生對於課本及教師講述的內容，會主動地利用學生原有的經驗和知識來加以選擇、組織、理解、記憶、和應用，而學生這種主動建構的過程不但會受到自己對學習的信念、動機、目的、和價值觀的影響，同時也會受到教室情境以及和老師及班上同學互動的影響。

當然，由於學生的學習和成長，學生對學習的看法以及所擁有的知識也會不斷地改變，不過，他仍將利用這些作為基礎，經由調適或同化的機制來學習新的知識。鄔瑞香（1993）所發展出來建構主義的教學模式：教師佈題→小組討論→引導、辯證、質疑→達成共識，正清楚的呈現在建構教學的模式下，教師所應扮演的角色是佈題者，並引導兒童經由辯證、質疑中達成共識。此教學過程正可作為數字常識教學之參考。

基於上述之討論，建構主義本質上是對於人類如何獲得知識的一些基本看法，它可以引導你在教學上的規畫、匡正教學工作的進行、並有助於對教學工作的檢討與反省。因此，如果教學時考慮學生的原有知識背景、學習動機、以及對概念和原理的真

正理解，則教學的本質上就和建構主義所倡導的主張大致相符。

二、數字常識教學與建構式教學

認知理論認為教學的目的是為了幫助兒童建立正確的數學表達及更成熟的思考模式，數學教學基本上是一種將數學轉換成兒童可以接受的形式，並且提供經驗讓兒童去發現數學關係、數學意義、以及製造機會供兒童建立數學思考及解答的能力之過程（Baroody 著桂冠譯，2000）。NCTM（2000）也強調教師在數學教學上要創造一個多變化的學習情境和提供良好學習的環境，以及持續性的尋求進步，才算是有效的教學，而在「學校數學原則和標準」裡，溝通、連結和表徵，則被列為數學教學原理的主要項目，即使是數字常識的教學也不例外，而建構教學剛好符合這樣的要求。

雖然迄今，以建構教學精神為主以發展兒童之數字常識之相關研究並未發現，但相關之研究（Anghileri, 2000；Reys, et al., 1991, Yang & Reys, 2001a, 2001b；Yang, 2002）主張教師應營造一個有利的學習情境，以鼓勵兒童從分組討論，合作學習中發展數字常識概念；並且在引導兒童在辯證、質疑的情境下建構數字常識的能力。此種主張的確較傾向於支持建構論點可以幫助兒童發展較好的數字常識。同時 Markovits 與 Sowder（1994）之數字常識教學雖未明示建構精神，但確是較傾向於鼓勵兒童經由討論、辯證、質疑的情境下建構數字常識。她們的教學設計是提供豐富的機會給兒童去探索數字、數字關係、和數字運算，並且去發現規則和創造解決問題的方法。結果顯示，教學過後，學生傾向於使用數字常識的策略以解決問題。這些相關的論點的確可以支持研究者的看法。

參、研究方法

一、研究方法

本研究採協同行動研究法，藉由數學教育專家的協助，將教育理論融入教學實務中，以改進教學品質。本研究以此為圭臬，研究者將設計良好之數字常識教學活動，融入國小六年級的數學課室中，經由教師與學生的教學互動中，深入的探究建構教學對教師進行數字常識教學活動之省思。為達此目的，本研究乃進行一學期（民國 89 年 9 月 1 日至民國 90 年 1 月 10 日）之教學研究。

研究(教學)者在教學中持續進行學生討論學習的觀察，同時藉由訪談、教室觀察、數學工作單、數學日誌、及其他輔助工具來蒐集資料。為了詳細紀錄兒童在訪談及教室對話、互動的情形，研究者需要以錄音機及錄影機來輔助資料的蒐集。在訪談時，錄音機可以協助研究者完整地記錄下對話的內容，並轉譯成逐字稿加以分析，而在教室內使用錄音機，更可以記錄下兒童之間、兒童與研究者對話的內容，以補研究者反省札記之不足。

二、教學流程之設計

研究者參考建構教學之相關主張(張靜馨, 1995b; 郭重吉, 1992; 黃世傑, 1995; 黃敏晃主編, 林文生, 鄔瑞香著, 1999; 鄔瑞香, 1993), 以及數字常識教學之相關研究(楊德清, 2000b; Anghileri, 2000; Markovits & Sowder, 1994; Reys, et al., 1991) 發展屬於適合本研究之教學方式，教學流程如圖 2：

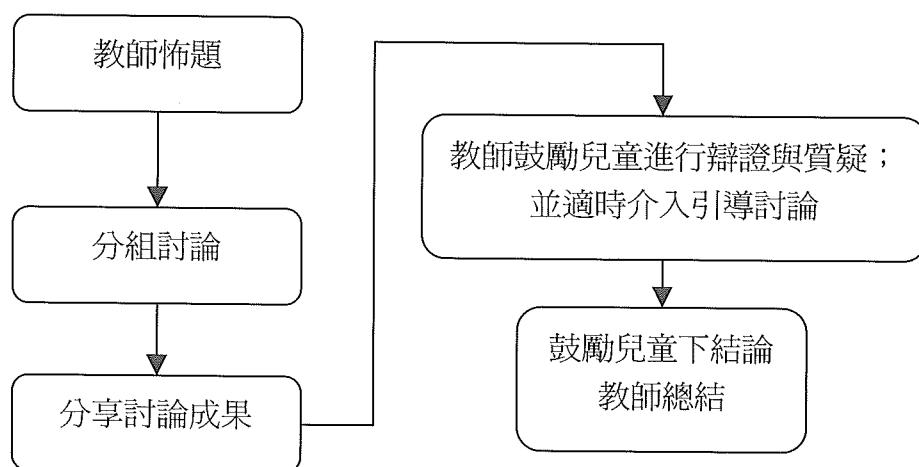


圖 2 數字常識教學流程圖 (參考楊德清, 2000b)

三、研究參與者與研究情境

(一) 研究現場的環境--清新國小(化名)現況分析

本研究的學校位於台南縣某鄉鎮，屬於大型的小學，約有 2500 名學生。學童的家

長社經地位差異頗大，包含工、商、農、公各階層，生活背景與環境迥然不同，文化認知亦有差異。

該校六年級共有十一班，由於該校學生由中年級升高年級時進行分班，依學生成績高低採 S 形分配，所以每個班級的學生程度相當，因此屬常態編班。研究者因為與六年乙班（化名）的導師是師院時期的同學，為了方便起見，所以以立意取向並取得同意後，以該班為研究參與者，該班的上課型態屬於分組合作學習，全班共分為六組，頗符合社會建構教學的情境，每組組員均採異質性分配。同學們在數學課發言頗為踴躍，對於新鮮的數學問題，大多能以主動積極的態度來加以面對。而導師在教學態度方面，也總是以一種鼓勵並提供學生豐富發表和討論機會的方式來教導數學，班級上課的氣氛頗為活潑。因研究者選取乙班實施數字常識的教學活動，遂以該班級為研究現場，其中研究參與者男生 20 名，女生 21 名，全程由研究者親自來教學。

（二）研究者的背景及訓練

研究者已有十年以上的教學經驗，且從事級任多年，在數學科的教學過程採小組討論、溝通發表的方式進行教學，以協助學童建構自己的數學知識與概念。

在研究專業訓練方面，研究者對於目前數學課程的發展與數字常識的研究，有深入的瞭解。在教學理論策略方面，瞭解建構教學的精神，尤其社會建構所採用的合作教學和班級或小組討論等策略已在教學上實施過，頗為駕輕就熟。

三、資料的分析

為避免研究者只觀察支持自己結論的事物，所產生的比馬龍效應，所以研究者採用(Babbie 著／李美華譯，1998)對田野調查所建議的方法，以避免主觀的風險：

- （一）尋求他人的支持：以科學規範的相互主觀性，來尋求同儕或相關研究者或師長等人的支持與討論。
- （二）加強對於研究內容的敏銳度和覺察力，避免發生不必要的錯誤。
- （三）自我反省：檢視自己的想法和感覺，能夠以同理心或設身處地的反問自己是否有相同的感覺或是行為。

由於透過分析，資料可以被再架構，而實踐理論也可以更為精緻化，而越能系統化的分析，內容就越能與人溝通，所以關於資料的分析，本研究參考 Miles 與 Huberman (1984，引自夏林清等譯，1997)的分析步驟來實施，這樣的研究過程不只是單一的步驟，也是整個研究的過程。茲說明如下：

(一)閱讀資料

研究者將蒐集到的資料仔細的閱讀和觀察，以加強回憶所呈現的事件和經驗，到底在教學過程中研究者和學生有何互動？在教學過程中師生作了什麼？又說了些什麼？其中真正的內容又如何？

(二)選擇資料

研究者藉由本步驟區分資料的重要性。期望歸納出相似的資料，加以分類，並且將複雜的資料加以簡化、編碼。本研究首先將所有的資料分類，發展編碼類別，依照所蒐集之資料教學錄影帶與錄音帶，教學觀察，工作單，數學日誌，教學反思等等，依研究之需要，進行分類與發展編碼代號（如表一），研究者對於蒐集所得的資料，將一再地解讀，使研究者與研究資料之間建立熟悉而密切的關係；接著，將資料進行編輯，以利於資料之管理與分析。

表一
資料編碼代號及其意義

編碼代號	編碼所代表的意義
T	指研究者
S	指班上全體學童
S1~S41	指依座號編排的學生，如 S1 是指班上座號 1 號的學生
()	表情或其它干擾
(?)	聽不清楚
...	短暫停留
.....	停留時間久一些或省略
880901 教	指 88 年 9 月 1 日研究者的教學紀錄
870522 訪	指 87 年 5 月 22 日對兒童的訪談轉譯資料
數學日誌	指學生所寫的數學日誌
投影片及學習單	指學生上課發表的投影片及上課使用的學習單
其它	其它相關的資料

(三)呈現資料

研究者根據被選擇的不同來源的資料編碼後，將問題的類型及資料的來源作為分類的架構，以讀者較易了解的方式呈現，然後，尋找資料中所呈現的主題，其中包含數字常識的組織成分、相關的迷思概念的及所持的理由。

(四)解釋資料及作結論

關於資料分析的批判思考最主要是檢核證據的可信度。本研究是採用質的蒐集資料方法(如教室觀察、教學札記及文件紀錄)，來蒐集質的資料。對於文件及轉譯資料，本研究之研究者(包括數學教育專家與教學者)，以及研究相關主題的研究者相互分析、討論，減少研究者之主觀偏見，以達到三角校正之目的。

(五)撰 寫 報 告

為了使本研究盡量朝向系統化與自我反省批判的探究，並且能夠解決教育實務問題，及拓展教育知識(Elliott, 1998; 蔡清田, 2000)，研究者根據相關之數字常識教學、教室觀察、及文件紀錄等資料，作為分析的架構，來真實描述和解釋研究參與者在教學前、教學活動中及教學後的整個面貌。

肆、研究過程與結果

一、教學情境

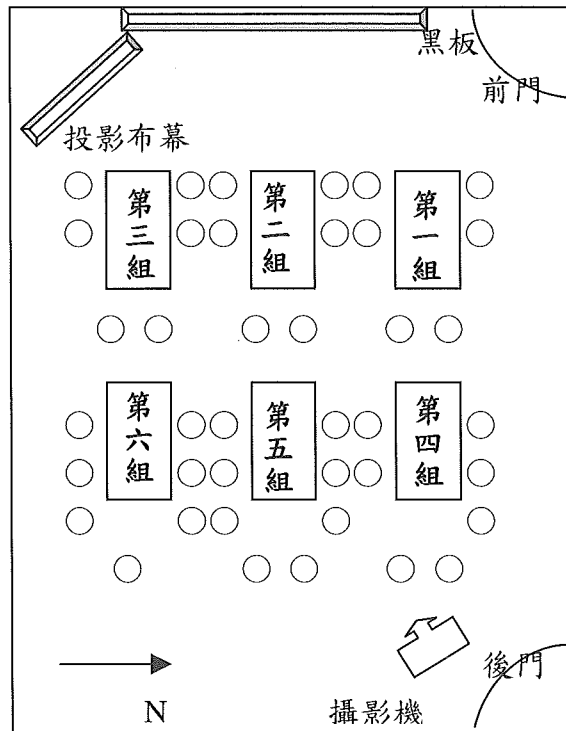


圖 3 研究現場圖

研究現場（如圖 3）位於二樓，由於在教學上有使用投影片，所以將投影布幕斜置於黑板左前方，既可以清楚的看到教學內容，而且也可以正常的使用黑板作為教學時補充或引導，或是學童講解與分享之用。為了捕捉教學的情形，遂將攝影機置於後門處，以便於拍攝時作九十度角的操作。而學童則分成六組，第一組到第三組每組 6 人，第四組和第五組八人，第七組七人（共 41 人），依照成績採 S 型的異質性分組，每組並設有一名組長。

二、教學前的準備與試探

(一)工具之準備與攝影

所謂「工欲善其事，必先利其器」，為了能夠引起學童的興趣，在上課前特地向學校借用一台投影機及投射布幕，並製作相關課程的投影片，以及錄音機，並適時架設一台 V8，想要來個未演先轟動，因為這些在學童平常的上課是沒有過的；只是這些準備工作，要在短時間整合起來，還是要費力、費時，後來改為由 S2 和 S39 學童在上課前準備投影機和架設布幕，且教導 S8 和 S24 架設 V8，工作負擔便減輕許多。另外，為了使學童能夠保持自然的上課情形，之前在國語課時，先進行適應性的攝影工作，順便了解他們平常的上課模式。結果，可以發現他們在課未正式進行時，老師都會先分派領讀的小朋友，帶領其他學童進行唐詩朗讀或英語會話的學習，秩序井然（890908 觀）。

(二)先備知識

為了顧及學童的先備知識，就在教學前老師先喚起學童的舊經驗，例如講解有關分數方面的概念時，尤其是低程度的學童，臉上總是呈現一副茫然的樣子，而且他覺得課本教材有越來越難的現象。研究者將學童們在五年級關於「數和計算」方面的課程學習經驗整理如表二：

表二

五年級學童「數與計算」方面的課程表(部編舊課程)

冊數	單元	單元名稱	單元主要內容
九	四	分數	擴分、約分、最簡分數、通分
九	五	十進數	二進數、十進數、位值、位名
九	八	分數的加減	異分母的加減
九	九	概算	取概數、四捨五入法、取概數計算
十	一	小數的乘法	整數乘以小數、小數乘以小數
十	三	小數的除法	整數除以小數、小數除以小數
十	五	分數的乘法	分數乘以整數
十	七	分數的除法	分數除以整數

三、進入現場

由於數字常識之教學是學童較為生疏的課程，在整個研究未進行之前，希望能和學童打成一片，以及為了不讓學童在攝影機前表現得不夠自然，而影響研究的真實性，所以在事前和小朋友先建立良好的關係，並說明教學大概內容，例如：事先溝通「各位同學，也許老師上的數學內容和課本不同，但是你們可以保持輕鬆的學習心情來學習，若有寶貴的意見，可以提出來共同討論，相信聰明的你，一定可以做得很好。」

四、啓航了！數字常識的教學

「各位同學，相信每個人都有自己的想法，而你的想法是學數學最好的寶藏，在未來的一學期裡，老師將和同學們共同討論數字常識的問題，希望你能夠掌握自己才是自己的主人翁的特點，讓我們一起加油！」「有沒有信心？」「有！」（890912 教）

為了建立起學童對於數學的信心，先以最簡單的方式引導學童作發言或是思考的準備。不過精神喊話雖然有振奮人心的感覺，但是學童回答聲音的強度和他們正襟危坐的樣子成了研究者的壓力，好像上課非要有特殊的把戲不可。這時也察覺出戴老師正坐在後面的座位上盯著他們，一下子恍然大悟，他們可能有級任老師的壓力，因此馬上下了一道鬆弛劑

「親愛的小朋友，不！大朋友，上課的時候可以放輕鬆，有問題可以提出來，而且我們還要找幾位小朋友來說說看自己的看法」

只聽到異口同聲的驚呼「喔！」，我想這下子學童又碰到了「面臨表達」的另一個難處（890919 觀）。

（一）釐清教學目標

清晰的佈題攸關於小朋友對於數學問題的理解，如果小朋友不懂題意，那麼學習就像失去羅盤的船隻，而且老師很難引導學童到達目的地。此外，釐清數字常識教學的目標，也是重點之一，因為這樣可以避免學童在學習時產生觀念的混淆，而且較能掌握學童現有的概念及迷思所在，以作為日後數字常識教學的參考。而這層功夫必須經過一番嘗試與反省、檢討，才能作較好的修正。因此，佈題不僅是數字常識教學的首要工作，也是下一個教學目標的開端，其過程是循環且逐漸落實的。所以，為了使學童能很快的進入主題，都會先述說單元學習目標，由於本教學分為五個單元實施，而每個單元的學習目標略有不同，為了使學童能夠確認各單元的學習目標，在進入學習前「說明」學習目標，是有其必要性的。如：

「各位同學，我們第一單元所要講的是關於分數和小數的問題，而裡面會講到一些圖形啦、數線等等的項目，順便我們可以複習一下。」(890919 教)

(二)喚起舊經驗

為了要引起學童的學習動機，開拓他們的思路，或者作為經驗的連結，研究者會從一般化的舊有經驗來引導，然後再導入主題，使學童比較有討論的空間，而不會產生突兀的現象，造成數字常識脫離一般的課程，而喪失它的學習意義。例如在探討分數的概念時，需要確立學童對於分數的基本意義是否了解，這時候可以發現學童會在不拘泥的情況下，回憶先前數學課所學過之分數是如何定義？教學者試圖引起學習動機，喚起舊經驗的大好時機。如：

T：請問各位小朋友想想看分數是代表什麼意義？請各組作分組討論？

(分組討論)…… S：做好了！)(S：好了！)

T：那一組的小朋友要先分享你(妳)們的想法？第三組。

S3： $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{1}{5}$ 等等就是分數。

T：那 $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{1}{5}$ 又代表什麼意義呢？

(沉默了一會兒！)

S1： $\frac{1}{2}$ 就是將一個蛋糕切成2等份，其中一份就是 $\frac{1}{2}$ 。

T：還有那一組要發表妳(你)們的想法？

S2：這是我們這一組所畫的圖形〔圖4〕，表示這個斜線部份就是 $\frac{1}{4}$ 。

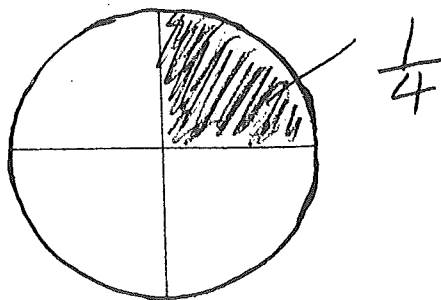


圖4 S2所呈現之圖形

T：他(她)們的解法妳(你)們同意嗎？

S（許多同學同時回答）：同意！

T：很好！那有沒有人可以告訴我，在我們的生活中何時會用到分數？

S5：生日吃蛋糕的時候。

S1：喝水的時候。

（傳出一陣笑聲）

S4：掃地的時候。（許多同學搶著回答！）

T：哇！妳(你)們想出了好幾種方法。誰要先解釋你(妳)的想法。

S5：我生日的時候，媽媽買了一個蛋糕，切成 6 等份，我吃一份，這一份就是 $\frac{1}{6}$ 。

T：同意嗎？

S：同意！

S1：一瓶礦泉水分給兩個人，一人就可以分一半。

S4：掃地的時候老師說：三分之一的同學掃操場，三分之一的同學掃教室，……（890903 教）

研究者不只是喚起學童對於分數概念的舊經驗，也引導及鼓勵兒童發表自己的看法，教師進而發現學童在當中將數學語言逐漸精練了。

（三）教學活動

教學活動是學童互動、辯證與建構知識最精彩的部分。教師希望藉由數學活動提昇學童的注意力，並且藉此引發學童建構自己的數學概念。Confrey(1990)曾簡單的說明建構主義是「一種信念，即所有的知識必定是我們認知活動的產物」。傳統的數學教學教師是佈題者、解題者、以及教學的主角；但是建構教學的精神則是改變了上述的教學方式，使學童成為學習活動的主角。在教學活動中涉及到以下幾項工作：

1. 分組討論

分組討論主要是經由同儕互相合作的解題，來達到認知的衝突、辯解、說服、調適以及合理化的解釋，並且在過程中反省自己的認知結構、進而根據已有的經驗建構新的知識與觀念。比如 S25 在教過比較大小的單元後，其數學日誌上面曾寫過以下這段話（如圖 5）：

和孟傑討論出來;唔不對,應是說有些計算出來的分數比大小,讓我忽然發現計算有點煩人,用判斷的好像比較快些,若不會的話,就用想的, but 想不到,還是會用計算的啦!

圖 5 S25 學童數學日誌

顯然她已經逐漸地調適了自己對於計算的看法,而這是經過和同學之間的互動、討論以後所產生的反應。又如 S32 對於比較 $16/17$ 和 $18/19$ 兩個分數的大小時,也會在數學日誌中自行建構另外的解決策略(如圖 6):

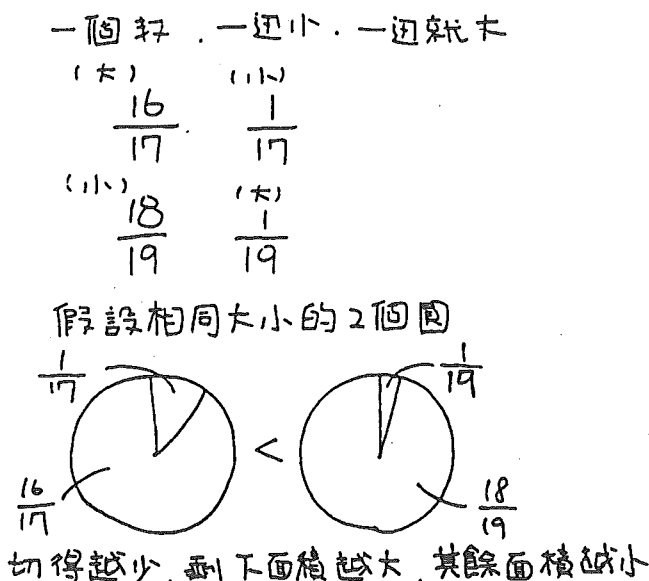


圖 6 S32 學童數學日誌

由 S32 的日誌中可以發現學生在建構的教學下,可以發展異於傳統通分以比較分數之不同的想法。可見,學童在討論的過程中,並不一定會將意見直接表達出來,有時討論只是他建構知識的一個刺激,而內心的辯證總是喜歡留給自己獨享,或許這是

學童另外一種間接的表達方式，以掩飾不敢當眾發表的窘態。例如 S30：

「大家都很想把自己的意見和想法說出來，但沒有人敢發言（因為都很害羞）」。
有些組內的同學的確較內向不敢發言，此時教師即扮演一個極重要的角色，必須瞭解學生的學習狀況，以及那些同學羞於表達，並於適當時機引導兒童發言。

至於學童個人在組內討論的情形，有些學童會用以下的形容詞來表示：「有些熱烈」、「熱烈」、「很熱烈」、「非常熱烈」、「很好」、「蠻踴躍的」、「很熱鬧」、「非常激烈」、「很激烈」；也有「還好吧」、「不很熱烈」、「普通」、「還可以」。可見得大部分的學童喜歡進行討論，如此也可以增進同儕間互相學習的機會，如 S28 表示：「我覺得人多的話討論起來內容會比較豐富，效果會比較好。」至於討論是否每個人都參與，有時要看學童對於題目的了解程度而定，不過可以看得出，學童大部分會尋求好朋友或他們認為是程度較高者來作為討論或模仿的對象，而造成一種盲從，阻礙知識的建構與發展。例如：S19 最常和 S17 討論，因為覺得：

（他的數學常識比較豐富）。

S31 則是認為 H2：

（可以感覺他的智商較高吧！）

S32 則在討論時提到 S30，覺得：

「因為她功課好，頭腦聰明，總是有感而發，有所見解，只是不常發表，於是她想我說，有時我也會提供一些我自認為對的意見供她參考，只不過還是以她為主。」

另外值得提出來說明的，學童的討論有時是沒有結果的，例如：S13 認為討論「非常熱烈，不過都討論不出一個結果」

S26 也認為：

（討論也是蠻踴躍的，但有時也難免討論不出答案。）

可見學童的合作學習有時也會遇到一些瓶頸，不過學童也會尋找另一類的訊息，例如 S25 認為：

（若小組都會的題目全組討論起來非常熱烈，若是一半以上的人都不會，大概都剩下我和孟樺一起討論啦！因為有些題目她會，有些我會，這樣可以一起討論，若都不會就參考別組的。）

研究者在小組討論時，充分掌握學生的解題、討論情形，並於適當時機鼓勵更深入的討論，以做為下一階段發表成果之基礎。

2. 成果的表達、分享、與引導

營造建構的環境與機會在建構教學中是重要的一環，經過討論後，學童的發表與分享，質疑與辯證便是重頭戲，不過對於大部分的研究參與者來說，和同儕分組討論是較沒有壓力的事，但是要他們站起來談談自己的意見或與同學分享自己的看法，甚至於起來質疑別人或反駁他人的說法，的確有非常多的壓力。例如 S32 表示：

「我和同一組同學討論不很熱烈，因此很少發表意見，要不就是說話緊張容易結巴，腦中一片空白！」

不過同儕或師生之間的溝通是建構主義的基本要件。NCTM (2000) 在「學校數學的原理與標準」開門見山的談到「溝通是數學和數學教育裡一個基本的部分」，又明確表明「教師必須建立一個使學童可以感覺自由表達自己觀念的溝通管道」，因為溝通可以提供學童新的數學概念的學習。而且在數學的學習中，溝通和反省是一種交纏互動的過程，學童可以學習著去解釋他們的答案和描述策略，例如藉由「放聲思考」可以去組織或是記錄思考，來協助他們重新檢驗自己的推理，重新建構新的數學觀念。但是很多學童不敢表達自己的想法，因為他們比較少有這個機會，而且有時發表總是集中在幾個同學身上。例如：S22、S35、S17 都曾經一次上課的發表就達到三次以上，而 M2 更認為自己「數學是最好的」，可見信心是發表與溝通的原動力，不過卻會影響其他同學表達的機會；但是研究者為了讓每一個同學有說話的機會，特別借重了抽籤的方式，來迫使學童去表達，抽籤之前並且加上有趣的咒語（吧拿摩），學童的壓力就減輕了不少。例如：

T：「各位同學，刺激的時光又來了，讓我們來唸一下咒語，」

S 全體：「吧拿摩！」「吧拿摩！」「吧拿摩！」「變！」

T：「3 號！」（全班一陣騷動）（891016 教）

本來的抽籤是從全體學生中抽出一個號碼（1 到 41 號），它的機率為四十一之一，但是以這樣的抽籤方法和志願發表意見者，並不能普遍的了解他們的觀念，甚至於每組派代表發言的學童常常會是重複的人，但是研究者根據 NCTM (2000) 提出的「教學沒有單一的正確方法」，以及「有效率的教學需要具有挑戰性和支援的班級作為學習環境」，經過思考過後，決定修正抽籤的方式，將每一組人數從「1」開始編號，每組 6 或 7、8 個號碼不等，每次抽籤只要抽中者，都要代表該組上台報告，以此增進學童討論與發表的機會，可以刺激每個人去作思考。等到各組都報告結束後，開放其他學童發表與質疑，如此一來，可以發現學童傾聽的機會增加了，教室充滿著建構的題材，學童也處於質疑、辯證的學習環境中。如下之課室討論正呈現了教師如何引導學生進行發表、討論與辯證：

建構教學對實施數字常識教學活動之省思

T: 各位同學, 現在是發表的時間, 哪一組的同學要先發表你們的想法呢? ...

第四組, 請陳述你們的答案是第幾個呢? 為什麼?

S4: 我們任認為是第四個。(S4 代表第四組)

T: 請說明為什麼答案是第四個?

S42: 因為 $\frac{5}{11} + \frac{3}{7}$ 和 $\frac{7}{15} + \frac{5}{12}$ 都沒有一個分數超過一半, $\frac{1}{2} + \frac{4}{9}$ 只有 $\frac{1}{2}$ 剛好一

半, 但是 $\frac{4}{9}$ 也沒有超過一半, 但是 $\frac{5}{9} + \frac{8}{15}$ 的兩個分數已經超過一半, 所以

答案是第四個。(S42 代表第四組 2 號同學)

T: 對於第四組的答案, 有沒有同學要發問, 請舉手。S21。

教師引導同學從發問中進行質疑與辯證

S21: 你為什麼說 $\frac{5}{11} + \frac{3}{7}$ 和 $\frac{7}{15} + \frac{5}{12}$ 都沒有一個分數超過一半?

S42: 我是說 $\frac{5}{11}$, $\frac{3}{7}$, 和 $\frac{7}{15}$, $\frac{5}{12}$ 這些分數都沒有超過一半 ($\frac{1}{2}$)。

S21: 為什麼這些分數都沒有超過一半 ($\frac{1}{2}$)?

T: 非常好的問題, 請回答。

S42: $\frac{11}{11}$ 的一半是 $\frac{5.5}{11}$, $\frac{7}{7}$ 的一半是 $\frac{3.5}{7}$; $\frac{15}{15}$ 的一半是 $\frac{7.5}{15}$, $\frac{12}{12}$ 的一半是 $\frac{6}{12}$ 。

所以這些分數都沒有超過一半。

T: 妳(你)們同不同意?

S: 同意!(很多同學回答)

教師從學生的回答中可以發現, 還是有部分的同學似乎尚未瞭解 S42 的解釋, 於是教

師繼續進一步的引導不懂的同學發問:

T: 不瞭解的同學可以再發問, 瞭解的同學亦可以幫忙解釋, S57。

S57: 你怎麼知道 $\frac{5}{9} + \frac{8}{15}$ 都已經超過一半了呢?

S45: $\frac{15}{15}$ 的一半是 $\frac{7.5}{15}$, 8 大於 7.5, 所以 $\frac{8}{15}$ 超過 $\frac{7.5}{15}$, 所以超過一半了。

S42: $\frac{9}{9}$ 的一半是 $\frac{4.5}{9}$, 5 也大於 4.5, $\frac{5}{9}$ 就超過 $\frac{4.5}{9}$, 所以也超

過一半了。

T: 然後呢?

S: 兩個超過一半的數會超過 1, 所以 $\frac{5}{9}$ 和 $\frac{8}{15}$ 加起來會超過 1。

T: 懂不懂啊!

S: 懂!

再在教師適時的引導下, 學生可以經由辯證, 質疑、與溝通中尋求共識, 並進一步的釐清概念。

除了利用語言的表達方式之外, 研究者也鼓勵學童, 運用畫圖、文字講解等作為溝通的另一種管道。例如 S32 在學習單裡即呈現了文字和圖形(如圖 7):

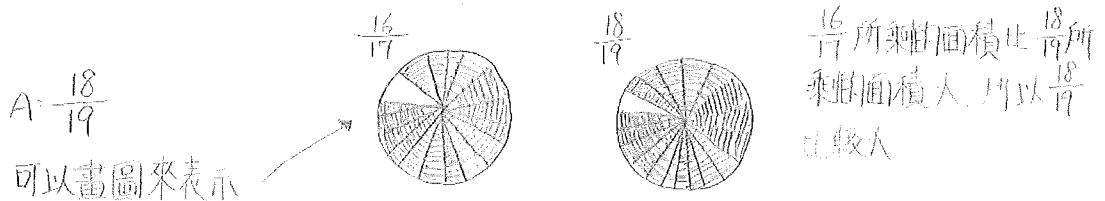


圖 7 S32 比較大小學習單

S32 的解題方式, 清楚簡單地使用圖像與敘述的表徵, 此種思考過程的呈現, 並能夠完整地表達他的想法, 正顯示 S32 之分數概念是相當清楚。像 S8 及 S29 對於比較大小的問題分別有另外的看法(如圖 8、9):

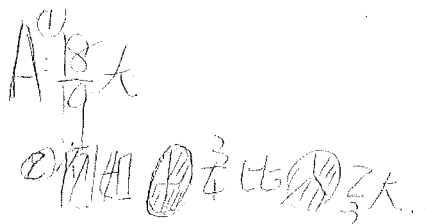


圖 8 S8 學童比較大小學習單

S8 雖然以類推的方式獲得正確的答案，但是分數的概念還不夠完備。

A: $\frac{18}{9}$ 大
 ② 因為可以把他們簡化問題, 可 $\frac{18}{9} = 2$, $\frac{17}{9} = 2$, 所以我覺得應該是 $\frac{18}{9}$ 。

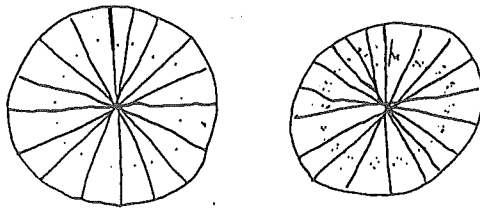


圖 9 S29 學童比較大小學習單

S29 以簡化的方式解決問題，雖然求得正確的答案，但是所運用的方法與概念卻是錯誤的，顯然有陷於迷思而不自知的危險。而 S15 的迷思概念更是一覽無餘（如圖 10）；

因為 $\frac{18}{19}$ 比 $\frac{17}{19}$ 大，而且分母 $19 = 16$
 答案一定是 $\frac{18}{19}$ 比較大，分子比大的話 18 和 17 是 18 大
 所以我認為是 $\frac{18}{19}$ 大

圖 10 S15 比較大小學習單

S15 雖然給與正確的答案，但是分數的迷思概念確清楚的呈現。

同時，更可以發覺學童在解決數學問題時，還是常常依賴計算或傳統法則，例如 S1 等的學習單，如圖 11：

2. 下列哪一個分數比較大 $16/17$ & $18/19$? 為什麼?

$$\begin{array}{r} 16 \\ 17 \end{array} \quad \begin{array}{r} 18 \\ 19 \end{array} \quad \begin{array}{r} 6 \times 19 \\ 114 \end{array} \quad \begin{array}{r} 5 \times 17 \\ 85 \end{array} \quad \begin{array}{r} 34 \\ 323 \end{array} \quad \begin{array}{r} 306 \\ 323 \end{array}$$

請解釋你的理由與原因。分組討論，請同學分享心得。

A: $\frac{18}{19}$ 因為 $\frac{16}{17}$ 和 $\frac{19}{18}$ 通分後是 $\frac{306}{323}$ 和 $\frac{34}{23}$ 而 $\frac{306}{323} < \frac{34}{23}$ 所以是 $\frac{18}{19}$ 大

圖 11 S1 學童比較大小學習單

可見數字常識的教學首先要破除學童遇到問題就馬上計算的習慣，因此研究者就儘量提醒學童在不用計算的情況下來解決數字常識的問題，且不可以在紙上做紙筆的演算。

3. 檢討與反省

(1). 學童方面

建構教學裡強調反省的重要，沒有經過反省，學童的知識可能無法產生重構，迷思也很難破除。而經過這樣的教學後在檢討與反省中，學童可以發現自己進步了。如 S26 認為：

「在沒有計算下進步最多，因為我可以進一步去思考，第一步先想再求答案。」

S25 則認為：

「嗯～看到題目時，不常用計算，用判斷，有時就會多想一下。因為有時用計算也不見得快，現在認為與其在那兒計算，也要花時間，有時也會計算錯誤，倒不如多想一下，免得計算錯誤。」

另外 S37 學童談到自己改變學習的方式：

「因為禁止使用計算，讓我另找出路，再加上其他同學的發表及解說，使我進步。」

這也證明傳統的單一學習方式的確影響了學童的思考，而數學教育也不只是在訓練一部計算的機器。S36 自己就反省出這樣的道理：

「現在上了這樣的教學方式，讓我感覺到其實不用計算也能思考出答案；平常我們只知道如何去計算，計算才是我們算出答案的唯一辦法。」

從以上的分析可以驗證 Cherry 的一句話：「思考的過程比答案更重要」（NCTM, 2001）。

S34 認為研究者和級任老師教學不同的地方：

「就是同學不理解或說不出話來時，會討論，或是同學說得不完整時，都會提出問題再請同學補充。」

至於，學童對於數字常識教學需要再做補充的地方有哪些，如：「思考」、「了解題意」、「觀念」、「上課再嚴厲一點」、「比大小」、「講解」、「畫線圖」、「兩個人互相教學」、「概數的內容」等，另外有部分學童希望能多結合課本內容或複習，如：

S26：…也可以把課本上的題目拿出來討論看否也簡便的方法。

S39：三到六年級以前所教過的。

S27：你可以再拿以前所教的東西，可以拿出來複習。

由此可以說明學童對數字常識寄予高度的期望。但是不可否認的，有學童會持消極的看法，如回答「不知道」、「無」，S40 則表示「不用了！主任已經夠辛苦的。」但是，他認為這樣的教學對於數字常識「都沒有」進一步的了解，原因是「沒有興趣」；有少數學童表示「都可以」，如 S32：「什麼都行，越簡單越好，我可不希望讓數字停在我的腦海，其實只要能配合我們程度的內容，應該不成問題」S37 則表示：「都可以，不過我比較習慣用計算的」可見興趣與計算影響學童甚鉅。

(2) 班級討論規範

根據社會建構主義的觀點，個人所獲得的知識是在社會文化的環境下建構的，所以學童的學習是一種社會歷程，而教師必須營造有效率的建構環境，使得學童能在班級討論下作有意義的建構活動。因此班級的討論規範是不可避免的。研究者剛開始進入現場時，學童的壓力因為教學者的教學風格與級任不同而減低，所以在小組討論時會偏離了主題，甚至於不能融入討論當中，以致於影響討論的品質，失去了它的意義。研究者經過與級任的討論後，運用了一些班級規範來增進學童的討論效果：

- A. 鼓勵學童參與討論，如果參與情形良好，可以在黑板記錄該組一個圈。經過一星期以後，挑選最多圈的組別，每個組員在教師手冊上登記一個次數，作為群育的成績。
- B. 討論達到一定時間，師生使用共同約定的語言「討論完畢」，學生就會共同拍手三下，使學生能同時集中精神，準備聆聽各組的發表，甚至於發覺學童有不專心的狀況時，便採用口號「一號姿勢」，學童即有「眼睛看前面」的動作。
- C. 各組發表的方式採彈性化，如可推派代表一人，或是尋求同組伙伴協助發表，或是

代表無法繼續表達時，可用接駁的方式來協助完成。可以發現，S51、S12、S17、S42、S45、S32、S37 常是個人代表發言；S23、S24 兩位常協同發表；S19 則是脫離組內的共同意見，自行發表意見；另外有代表發言的學童無法說明組內的討論情形者，大部分的情形是組內學童在旁幫腔，以順利完成發表。

- D. 發表的形式不拘，可以採原地口語發表，可以上台畫圖講解、有時給予空白投影片，利用投影機輔助說明等。
- E. 各組發表若是意見相同，可以簡略說明，俟分享結束後，採質疑、辯證方式，鼓勵各組發言，並且將發言學童的組別畫圈。最常質疑、辯證的學童有 S11、S42、S17、S51、S37。從中可以發現，在這班裡頭，男生較女學生較常有質疑與辯證的情形。

綜合上述，不言可喻的，建構教學的精神提供了數字常識教學活動的推行一個很好的發展空間。學生不但可以在討論、質疑、辯證與反省的環境下，建構自己的數學概念，提昇數字常識的能力，甚至於在教法及破除迷思概念上都擔任起重責大任。

伍、結論與討論

教學研究的工作的確是一項學習成長的過程。本研究之主要目的乃是研究者從實際的教學行動中，探討教師在建構教學的精神下，實施數字常識教學活動之推行的省思。為達成此目的，研究者進行相關的文獻探討，據以提出研究架構，並進行為期一學期的實地教學，除了蒐集相關的資料外，也對於本身做了反省與檢討，是以對於學童知識的建構，以及數字常識學習的過程有了進一步的了解，甚至於對數學課程有另外些許的看法，在此做出結論及反省的描述與建議，以供教師教學和相關教育單位及未來研究的參考。

一、結論

研究者於本教學行動研究的反思中認為建構精神對數字常識教學活動推行之影響有下列幾點：

(一)觀念的改變：對於「數學就是計算」的想法，數字常識教學扮演觸媒的角色，讓學生瞭解數學除了使用計算求得答案以外，還可以運用不同的方法解題，而數學也包含了推理與思考能力的培養。誠如珊珊在其數學日誌所發表的心得：

以前未學過如何使用參考點或估算方法解決下列的問題時：

請估計 $400.14 \div 85.5 = ?$ (1)0.468 (2)4.68 (3)46.8 (4)468 或者是

下列那一個分數的和大於 1? (1) $\frac{5}{11} + \frac{3}{7}$ (2) $\frac{7}{15} + \frac{5}{12}$ (3) $\frac{1}{2} + \frac{4}{9}$

(4) $\frac{5}{9} + \frac{8}{15}$

我覺得有點困難，因為以前遇到這些問題，都是用計算的方法；

但是上黃老師的課，老師鼓勵、引導我們如何往估計，使用參考點方向思考。經過討論和用心的去想，終於知道了，有很大的成就感。

我覺得這些數學問題給我很大的思考空間，但也應以合理的思考方式，不一定要用計算而得到答案，可以用參考點和估算的方式。

雅筑的數學日誌述說她內心的想法：

以前我認為計算才能求出正確的答案，這些數字常識題目給我很大的學習能力，另外也給我很多的思考與想像力。我以後會多思考與判斷，不用到任何計算就能估計，只用思考就能想出答案，就能推理出答案，相信我的數學程度會更上一層樓。

在教師營造良好的學習情境下，鼓勵兒童思考數字與運算的意義，發展不同的解題策略，是幫助兒童發展數字常識的最佳途徑 (B. Reys, 1994)。而建構的精神所主張之學習情境正符合此發展數字常識之最佳模式。

(二)討論文化的形成：數字常識的學習重視兒童的學習過程，強調合作學習，而建構教學的方式正為兒童架構了良好的學習區，鼓勵兒童從小組討論，分享解題過程中推演與理解其解題方式。採取建構主義的教學方式，學童可以經由小組討論與合作學習中產生質疑、辯證的情境，以造成認知上的衝突，重構自己的觀念，增進反省思考的能力，提昇多元的解決策略，對於數字常識的學習具有正面的意義與價值。例如：許多學生表示：

「我覺得人多的話討論起來內容會比較豐富，效果會比較好。」

可見得大部分的學童喜歡進行討論，如此也可以增進同儕間互相學習的機會。小震在他的數學日記寫道出：

我最喜歡上黃老師的課了，每當上黃老師的課，我都會有快樂的感覺，因為黃老師的課可以增加我們腦力激盪，跟同學一起討論對我幫助很大。一直上黃老師的課，我覺得我變聰明了，其實數學不難，只要肯下功夫，了解為什麼，數學一定都會。而且上課時，我可以一直發表，而且可以加圈圈。

小洪的日誌亦述說她的想法：

每次上黃老師的課的時候，我一眼就知道答案了，但是都不知道怎麼發表，原因也說不出來，真是奇怪啊！而且好羨慕松穎，那麼會發表，所以我一定要向他學習。

(三)增進兒童反思的機會：建構教學的精神強調反省的重要，沒有經過反省，學童的知識與認知可能無法產生重構，迷思也很難破除。因此經過如此的教學後，讓兒童藉由數學日誌與學習單，從檢討與反省中反思，學童可以發現自己進步了。而教師亦可瞭解學生的觀念是否正確。例如 S31：

假設 = 0.475 : $\frac{16}{25} \cdot \frac{8}{15} - 0.475 \cdot \frac{12}{11}$

$\frac{12}{11} = \frac{11}{11}$ 大 所以會大於 1

0.975 接近 1 所以比 $\frac{16}{25}$ 大 所以排在

15 的一半是 7.5 8 比 7.5 多 0.5

25 的一半是 12.5 16 比 12.5 多 3.5 大的第二位。

3.5 = 0.5 大

所以 $\frac{8}{15}$ 會比 $\frac{16}{25}$ 小

$\frac{16}{25}$ 大於 0.475, $\frac{18}{15}$

$\frac{8}{15}$ 大於 $\frac{7.5}{15}$ = 大於 0.5

小於 0.475 : $\frac{12}{11}$

所以排在中間。

0.475 比 0.5 小 所以它是最小的

$0.475 < \frac{8}{15} < \frac{16}{25} < 0.975 < \frac{12}{11}$

圖 12 S31 的數學日誌

從上述的數學日誌中，可以發現兒童已經從反思中讓自己的數字常識概念更經緻、更

清楚。

二、研究者的反省

(一)他是誰？-研究對象的認識

由於研究者並非研究對象的導師，以致於上課時沒有辦法馬上認識所有的小朋友，常會導致叫不出名字的尷尬場面，取代的是他們衣服上的學號，因此剛開始比較難以達到師生融洽的狀態，而影響師生的互動，甚至於在研究記錄上常因為忘記學童的名字，會私底下去詢問其他的學童或戴老師，造成時間上的浪費與諸多不便。為了克服這個問題，研究者後來對照座號，每五人為一組，一一的照相記錄小朋友的模樣，並做姓名與座號的確認和紀錄，且儘量在每次的教學前去熟悉他們的長相，使得記錄與尷尬的場面減少，並促進師生的互動。

(二)溝通可以化解教學方式的衝突

由於研究者和戴老師是師院時期的同學，所以在教學上他常常會提供一些協助，如攝影、學生資料、及班規等；但是由於研究者採用的建構方式及數字常識的內容與戴老師所上的數學課有異，所以學童雖然能夠接受研究者的教學，卻仍然會有部分學生習慣以計算的方式來維持數學的學習，而且戴老師常依照課本的內容實施教學及強調算式的重要，使得學童在學習角色上產生一些衝突，甚至於部分時候，造成學童為了逃避考試而表現出喜歡上數字常識課的現象，害得研究者與戴老師產生不知如何是好的尷尬場面。經過和戴老師的溝通，他也覺得數學課的部分內容，也應該避免一開始就採用計算，應該給學生充分的時間思考，甚至於討論出其它的解決策略，並且鼓勵學童利用研究者在數字常識教學上採用的方法來解決問題，降低學習上的衝突，進而減弱彼此的窘態。

(三)唉呀！又下課了！

研究者採用全班討論或分組討論來進行數字常識教學，因為剛開始會有學童趁機會離開主題談起天來，研究者都會再進行巡視和延長時間討論，以致於把整堂課的時間延誤了，甚至於為了數字常識的整體概念，會在下課鐘響後，繼續兩三分鐘的總結說明，影響學童下一節課的進度，其實，戴老師有察覺這個現象，所以，他曾經利用時間和學童做過溝通，並且和研究者說明他們的班規，例如：研究者若覺得討論時間已經很充分了，便採取「討論完畢」口號，學童就會一同拍手三下，以利集中精神；若是學童討論有離主題的話，就來個「一級姿勢」，學童便立刻停止活動，面向研究者，以利適時說明、監督；若快要下課時或超出時間過長，戴老師便會提醒研究者，如此

一來，可以減少欲罷不能的情形。

三、建議

(一)在數學課程方面

傳統的數學課程中，目前並沒有從事有關於數字常識一系列的課程設計與活動，即使融入課程中亦少有人去做相關的探討，在本研究中，學童經過數字常識的教學後，概念較為清晰，並且比較能夠脫離純粹依賴計算解決問題的習慣，產生多元的解決策略，所以教師可以在教學前統整全學年或學期的課程，於數學課時多著重數字常識教學的融入，以利學童數字常識的發展。

(二)在教學方面

1. 教學方式

知識是學童自行建構得來的，所以採用建構的方式有其必要性。本研究中，依照建構教學的方式，頗獲學童的興趣，且學童從質疑、辯證當中可以獲得更嚴謹的數字常識概念，並且可以發現學童本身的迷思概念，進而產生認知衝突，重新建構自己的數學概念，是值得實施的教學方式。

2. 在兒童學習上

即使學童能夠建構自己的數字常識，但是給予達到成功的機會和興趣，仍然在學習上扮演重要的角色，以此做為學習的原動力，學童對於自己建構的能力或經驗較具有信心。

3. 班級討論

傳統的數學教學方式是以老師為主的講解方式，學生在單一模式的學習下，對於問題解決的策略受到計算方式的侷限，有礙思考能力的發展；而正值九十學年度的創意教學—九年一貫課程，是以學生為本位的學習方式，班級討論正符合這樣的需求，經過討論後，學童可以在互動下的表達、溝通中產生質疑、辯證，形成合作式的學習，重新建構自己的數學概念，是值得採用的教學策略之一。相關的研究(Yang, 2002; Yang & Reys, 2001a; Yang & Reys, 2001b)亦證實教師創造良好學習情境下，兒童的數字常識較易獲得發展。

(三)師資培育方面

目前的師資培育已經採多元化原則，如：師資班、或大學的教育學程等，但是國小教育仍採包班制，數學科大都是由導師來指導，師資培育機構在有關數學的課程上，很難全部與現有的國小教學制度一致，造成新血仍依舊使用傳統的方式或依照興趣來

教導學童，不但沒有為數學教育注入新氣象，反而受制於傳統教育下的教師，此種現象頗令人莞爾；所以，建議在未來的九年一貫課程下，師資培育機構能夠依照基本能力從事較為具體的配套措施，使數字常識與教學法有較為專業性的呈現。

(四)教師進修方面

因應目前教育的革新，國小教師的進修是一大重點，但是針對數字常識所做的研習少如鳳毛麟角，學校、或教育主管單位亦甚少重視，顯然降低教師接觸數字常識的機會，而關於建構主義在數字常識上的應用更甬談了；面臨九年一貫課程的到來，與知識經濟的衝擊，和現代化、國際化的國家地位角力之下，教師的進修應該適時增列數字常識等有關之研習，以符合世界之潮流。

誌 謝

本文為國科會專題計畫補助之一部分，計畫編號 NSC 89-2511-S-415-001，特誌申謝；文中所提論點純屬作者個人之意見，並不代表國科會立場。

參考文獻

中文部份

- 李美華等譯（1998）。*社會科學研究方法（下）*。台北：時英。
- 夏林清，中華民國基層教師協會譯（1997）。*行動研究方法導論-教師動手做研究*。台北：遠流。
- 張靜馨（1995a）。何謂建構主義？*建構與教學*，第三期，第一篇。
- 張靜馨（1995b）。建構教學：採用建構主義，如何教學？*建構與教學*，第七期，第一篇。
- 教育部（1993）。*國民小學課程標準*。台北：教育部。
- 教育部（2000）。*數學學習領域，九年一貫課程綱要*。台北：教育部。

- 郭重吉 (1992)。從建構主義的觀點探討中小學數理教學的改進。《科學發展月刊》，20(5)，548-570。
- 郭重吉 (1995)。建構主義與數理教學。《建構與教學》，第一期，第二篇。
- 黃敏晃主編，林文生，鄔瑞香著 (1999)。《數學教育的藝術與實務》。台北：心理。
- 黃世傑 (1995)。〈創刊詞〉教學/主動/建構。《建構與教學》，第一期，第一篇。
- 楊德清 (1997)。數學教育中目前大眾所關切之一個主題 - 數字常識。《科學教育月刊》，200，12-18。
- 楊德清 (2000a)。國小六年級學生回答數字常識問題所使用之方法。《科學教育學刊》，8(4)，379-394。
- 楊德清 (2000b)。從教學活動中幫助國小六年級學生發展數字常識之研究，國科會補助之研究計劃，NSC 89-2511-S-415-001。
- 鄔瑞香 (1993)。我的數學教學模式-探索、反省與成果。載於甯自強主編：《八十二學年度數學教育研討會論文暨會議實錄彙編》，(頁295-325)。嘉義：國立嘉義師範學院。
- 蔡清田 (2000)。《教育行動研究》。台北：五南。
- Baroody 著／桂冠前瞻教育叢書編譯組譯 (2000)。《兒童的數學思考》。台北：桂冠。
- Skemp, R. R. 著／陳澤民譯 (1995)。《數學學習心理學》。台北：九章。

外文部份

- Anghileri, J. (2000). *Teaching number sense*, Trowbridge. Wiltshire: Cromwell Press Ltd.
- Australian Education Council (1991). *A national statement on mathematics for Australian schools*. Melbourne: Curriculum Corporation.
- Cockcroft, W.H. (1982). *Math Counts*. London: Her Majesty's Stationery office.
- Elliot, J. (1991). *Action research for educational changes*. Milton Keynes : Open University.
- Greeno, J. G. (1991). Number sense as situated knowing in a conceptual domain. *Journal for Research in Mathematics Education*, 22, 170-218.
- Hibert, J. (1989). Reflections after the conference on number sense. In J. T. Sowder & B. P. Schappellw (Eds.), *Establishing foundation for research on number sense and related topics: Report of a conference* (pp. 82-84). San Diego: San Diego University, Center for Reseach in Mathematics and Science Education.

- Howden, H. (1989). Teaching Number sense. *Arithmetic Teacher*, 36: 6-11.
- Japanese Ministry of Education. (1989). *Curriculum of Mathematics for the Elementary School*. Tokyo: Printing Bureau.
- Jarvis, C.H. & Blank, B.B. (1989). Great starts mathematics approach 1987—88. (ERIC Document Reproduction Service No. ED316339)
- Markovits, Z & Sowder, J. T. (1994). Developing number sense: An intervention study in grade 7. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25(1), 4-29.
- McIntosh, A., Reys, B. J., & Reys, R. E. (1992). A proposed framework for examining Basic number sense. *For the Learning of Mathematics*, 12(3), 2-8.
- McIntosh, A., Reys, B. J., Reys, R. E., Bana, J., Farrel, B. (1997). *Number Sense in School Mathematics: Student Performance in Four Countries*, Mathematics, Science, & Technology Education Centre, Edith Cowan University.
- National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *The Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- National Research Council (1989). *Everybody Counts. A report to the nation on the future of mathematics education*. Washington, DC: National Academy Press.
- Plaulos, J. A. (1988). *Innumeracy: Mathematical illiteracy and its consequences*. New York: Hill and Wang.
- Reys, B. J. (1994). Promoting number sense in the middle grades. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 1 (2), 114-120.
- Reys, B. J., Barger, R., Dougherty, B., Hope, J., Markovits, Z., Parnas, A., Reehm, S., Sturdevant, R., Weber, M., & Bruckheimer, M. (1991). *Developing Number Sense in the Middle Grades*, Reston, VA: NCTM.
- Reys, R. E. & Yang, D. C. (1998). Relationship between Computational Performance and Number Sense among Sixth- and Eighth-Grade Students in Taiwan, *Journal for Research in Mathematics Education*, 29, 225-237.
- Resnick, L. B. (1989). Defining, assessing, and teaching number sense. In J. T. Sowder & B. P. Schappelle (Eds.), *Establishing Foundations for Research on Number Sense and*

- Related Topics: Report of a Conference. San Diego, CA : San Diego State University, Center for Research in Mathematics and Science Education.
- Sowder, J. (1992a). Estimation and number sense in D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning*, (pp.371-389). New York: Macmillan.
- Sowder, J. (1992b). Making sense of numbers in school mathematics. In G. Leinhardt, R. & R. Hattrup (Eds.), *Analysis of arithmetic for mathematics teaching*, (pp. 1-51). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Trafton,(1989). Trafton, P. R. (1989). Reflections on the number sense conference. In J. T. Sowder & B. P. Schappelle (Eds.), *Establishing foundations for research on number sense and related topics: Report of a conference*, (pp. 74-77). San Diego: San Diego University, Center for Research in Mathematics and Science Education.
- Yang, D. C. (1995). *Number sense performance and strategies possessed by sixth and eighth grade students in Taiwan*. Doctoral dissertation, University of Missouri: Columbia, 1995, Dissertation Abstracts International, 57, 3865A.
- Yang, D. C. (2002). Teaching and Learning number sense: one successful process-oriented activity with six grade students in Taiwan, *School Science and Mathematics Journal*. (NSC 89-2511-S-415-001)
- Yang, D. C., & Reys, R. E.(2001a). Developing Number Sense. *Mathematics Teaching*, 176, 39-41. (NSC 89-2511-S-415-001)
- Yang, D.C., & Reys, R. E.(2001b).One Fraction Problem: Many Solution Paths. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 7(3), 164-166. (NSC 89-2511-S-415-001)

The reflection of constructive teaching to the execution of number sense activities

Der-Ching Yang

Abstract

The major purpose of this study was to discuss the affect of constructive teaching to the execution of number sense activities through the reflection.

The results of this study indicated that there were some important changes which effect to the execution of number sense activities, including:

1. The change of concept: The teaching of number sense plays a role of catalyst. It changed students' ideas that mathematics is computation. In fact, the teaching of number sense activities through constructive teaching improved sixth grader's number sense ability.
2. The formation of whole-class discussion: The teaching of number sense emphasizes the importance of learning process and cooperative learning. The constructive teaching promotes children to discuss through question and reasoning.
3. It promotes children's reflections: Children could find their improvement through reflection. The teacher also could understand whether students' concepts were correct or not.

Key words: Constructive teaching, number sense, teaching reflection.