

電算器教學對小數大小比較之成效 — 國小六年級之個案研究

¹ 劉祥通

³ 吳美蓉

¹ 嘉義大學數學教育研究所副教授 ³ 新竹縣芎林國小教師

² 翁宜青

² 嘉義大學國民教育研究所研究生

摘 要

本研究探討一位具有小數大小比較之分數規則迷思概念的個案，在透過電算器，接受小數概念的教學活動後，分數規則迷思概念改善的情形，以瞭解電算器教學活動是否能促進學童小數大小比較概念的發展。研究方法是採半結構式晤談法，訪談的對象是一位國小六年級的學生。教學方法是採「累加」、「歸零」、「 $\times 10$ 或 $\div 10$ 」的電算器活動，進行小數「單位量」、「位值關係」、「多單位」概念的教學。研究證實，上述的教學活動確實能克服學童的之迷思概念。

關鍵詞：小數大小比較、個案研究、電算器教學活動

壹、研究動機與目的

在新課程中，小數的教材從三年就開始引入。在三年級的課程中是教導一位小數的認識、化聚、進位、位值與數線；在四年級的課程中是教導二位小數的認識、化聚、進位、位值、數線，以及小數與分數(分母為十、一百、一千)的雙向連結；而五年級的課程中已經教導三位小數的認識、化聚、進位與位值(教育部，1993)。因此國小六年級的學生在透過上述許多小數概念的了解之後，理論上應該可以正確比較出小數的大小。但是，國內有許多研究指出國內國小六年級的學生仍存有小數大小比較的迷思概念(吳昭容，1996；杜建台，1996；陳永峰，1998)。Resnick, Nesher, Leonard, Magone, Omanson and Peled(1989)也認為學生在進行小數大小比較時可能會出現整數規則、分數規則或零規則等三種的迷思概念。

劉曼麗(1996)指出小數量的大小比較與「單位量」、「位值關係」、「多單位」這三者有密切的關係。因此，當學生有「小數大小比較」的迷思概念，是否應先讓學生建立正確的「單位量」、「位值關係」、「多單位」的小數概念？

而隨著社會的進步、經濟的成長，許多的科技產品在我們的日常生活中扮演著舉足輕重的角色，如電算器、電腦就是一例。電算器可以幫助學生促進數學概念的了解(劉祥通，1994；吳美蓉，2000；van den Brink, 1988; Wheatley & Shumway, 1992)。因此，研究者嘗試將電算器應用於「單位量」、「位值關係」、「多單位」的小數概念的教學上，以幫助學生矯正「小數大小比較」的迷思概念。但限於篇幅，本文只針對具有小數大小比較分數規則迷思概念的個案進行探討與分析。

貳、文獻探討

根據上述的研究動機與目的，以下的文獻探討分成一、小數的結構知識；二、小數的迷思概念；三、電算器有助於了解數學概念的實徵性研究；以及四、電算器應用於國小數學教學之活動設計。

一、小數的結構知識

劉曼麗(1996)指出要了解小數概念要從兩方面著手：一是分數層面的「部分與整體」意義，二是整數層面的多單位記數系統和位值概念。而從位值概念出發，十分位的位值是 0.1，是記錄幾個零點一的位置；百分位的位值是 0.01，是記錄幾個零點零一的位置。例如 0.05 是記錄 5 個 0.01，而能將 0.05 視為 5 個 0.01 是具備以 0.01 為單位量的能力，因此位值概念其實就是探討小數量與單位量的倍數關係。從部分/整體概念出發，小數是將一個整體等分之後，再聚集其中一部份的量。例如 0.05 即是將一個整體等分成 100 份，每一份是 0.01，再聚集其中的 5 份而形成 0.05。同樣地，能將 0.05 視為 5 份 0.01 亦是具備以 0.01 為單位量的能力，因此部分/整體概念亦包含單位量的概念。總之，可以說小數的單位量概念是從位值概念和部分/整體概念延伸出來的。為了檢驗學童小數的位值與部分/整體概念，訪談時期待學童能具體地用「幾個」單位量或單位量的「幾倍」來回答小數的值。而除了以 0.1 和 0.01 等單位小數為單位量外，本研究為了探討個案是否具備小數單位化的能力，因而單位量的問題還包含了以其他小數為單位之題目。

研究者又將相同數字在不同位置的關係獨立出來成為位值關係的問題。因為小數的概念是源自整數的位值概念與分數的部分整體概念。以整數的位值而言，小數與整數有相似之處：(1)位值都是由左邊到右邊遞減；(2)左邊數字是右邊的 10 倍(Resnick, 1989)。以分數的部分整體而言，當一個整體被分割成十等分，以十份為單位中的一份的部分就是 0.1，而有限小數是由「十等分」分割產生的(劉曼麗，1996)。因此，研究者認為相同數字在不同位置之間的位值關係是很特殊的議題，所以，在訪談導引中設計「0.1 是 0.01 的幾倍」之類的問題。

小數的「位值」和「單位量」概念共同形成更複雜的小數的「多單位」概念。基於位值觀點，學童可以將 0.45 視為 0.4 加上 0.05。基於單位量的觀點，學童可以將 0.4 視為 4 個 0.1，0.05 視為 5 個 0.01，或是將 0.45 直接視為 45 個 0.01。因此，能將 0.45 可以看成 4 個 0.1 加上 5 個 0.01 或是 45 個 0.01，亦即將 0.45 視為由 0.1 與 0.01 兩種單位所建造而成或是由單一單位 0.01 所建造而成，職是，這種多單位的概念是源自於位值和單位量的概念。

「小數大小比較」必須立基於正確掌握小數量的大小。而小數量的大小又與「單位量」、「位值關係」、「多單位」這三者脫離不了關係。以下將以 0.45 和 0.6 的比較大小加以說明之。以「單位量」的觀點而言，學童能將 0.45 和 0.6 分別看成 45 個 0.01

和 60 個 0.01 來進行比較大小。以「位值關係」的觀點而言，學童能釐清 0.6 和 0.06 的差異，不會將 0.6 視為 0.06 來與 0.45 做比較。以「多單位」的觀點而言，學童能將 0.45 視為 4 個 0.1 和 5 個 0.01 的合成，能將 0.6 視為 6 個 0.1 和 0 個 0.01 的合成，藉由 0.1 和 0.01 的數量來比較大小。

最後，研究者將以上所述的小數結構知識關係以圖表示，如圖 1 所示：

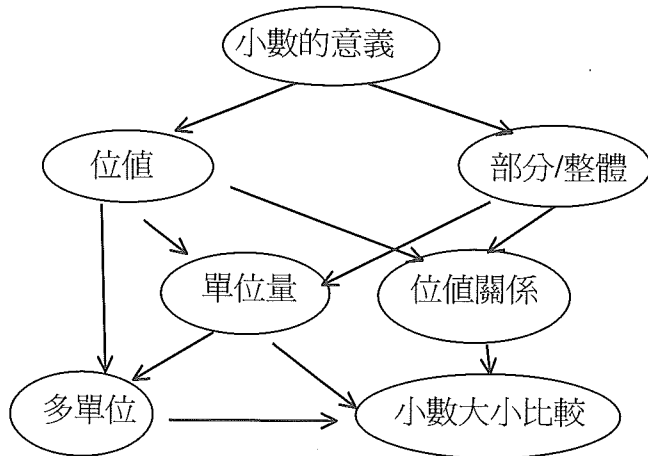


圖 1 小數結構知識關係圖

二、小數的迷思概念

將小數知識分別與整數知識和分數知識作一比較，結果發現小數知識分別與整數知識和分數知識有相似之處，但是也有相異之處 (Resnick, Nesher, Leonard, Magone, Omanson & Peled, 1989)。而 Nesher and Peled (1986) 指出學生的錯誤似乎來自於學生的先備知識——整數知識與分數知識，可能在類推時忽略了其相異之處。

基於上述的觀點，小數的結構知識是從分數和整數而來，而小數的迷思概念也是從分數和整數而來，因此，以下將分別從分數和整數兩個層面來探討小數的意義與比較大小之迷思概念。

(一) 分數層面的小數意義與迷思概念

分數的意義可從子分割及合成活動來了解。將一個整體等分之後，再集聚其中一部份的量，分數是用來表示或記錄此部分與全體的關係。而有限小數可以看成是分數

的「部分-全體」概念中特別的一環，就以一位純小數來說，0.1 實際上是表示將「一」十等分後，以十份為單位的一份的部分，也就是十分之一，因此，當整體被等分成十等分、百等分、千等分…等等「10」的冪數等分時，此時的分數就有另外特殊的記法，例如：1/10 可記成 0.1，3/10 可記成 0.3，1/100 可記成 0.01，3/100 可記成 0.03，也就是說一位小數是記錄十分之幾的分量($0.a = a/10$)，二位小數是記錄百分之幾的分量($0.ab = ab/100$)，以此類推，此類記法就成為小數記法(邱顯場，1998；劉曼麗，1996；1998)。

劉曼麗(1996)提出如果從分數的角度切入，可以了解有限小數是由「十等分」分割產生的，例如：百分之一的分量可從十分之一的分量再分割十等分產生的，而千分之一的分量可從百分之一的分量再分割十等分產生…，因此，十等分的活動可任意無限制繼續下去，而此無限制被分割的觀念正可以用來說明小數稠密性的性質，亦即任一兩個小數之間有無限多個小數存在。

可是，相對地，從分數的角度切入來瞭解小數的意義，會形成因分數而產生的迷思概念。Sackur-Grisvard and Leonard(1985)以法國國小四、五、六、七年級學生為樣本，調查學生在小數大小比較上，發現學生有一種錯誤類型是：當整數部分相同時，小數點後面的位數越多的，其值會越小。例如：1.35 比 1.2 小，是因為 1.35 的小數點後面有 2 位小數，而 1.2 只有一位小數。Resnick 等人(1989)將此錯誤類型稱為分數規則，並且對分數規則做進一步的解釋，這是因為這些已經學過分數的學生，將會應用分數之所切割的份數之大小與數目的觀念，到小數所代表的指示物上。例如，如果學生已學過分數符號所代表的意義，則千分之一是比百分之一所代表的份數還小時，而推論出三位小數所代表的數值會比二位小數還小。

而邱顯場(1998)也對分數規則作了解釋，這是因為學生在學習小數時與分數搞亂了。例如：0.001 的 1 唸成千分位，0.01 的 1 唸成百分位，他認為在學生的認知中，百分位小於十分位，千分位小於百分位，因此在排列 0.606、0.66 與 0.6 大小順序時，會選 0.6 最大，0.66 次之而 0.606 最小。這一點的發現與 Resnick 等人(1989)的看法一致。儘管他們的解釋有些許不同，Resnick 等人(1989)是認為學生知道千分之一是比百分之一所代表的份數還小，而邱顯場(1998)則是認為學生知道千分位小於百分位，不過，他們皆認為，學生分數規則的迷思概念乃是因學生的分數意義而引起的。

(二) 整數層面的小數意義與迷思概念

由整數記數系統的延伸，小數的記數系統也承襲了十進構造和記數規則，採用 0~9 十個數字，配合位值概念，記錄小數(劉曼麗，1998)。如此承襲的結果使得小數與整

數的記數系統有一些相似之處，Resnick 等人(1989)提到這些相似之處有下列幾點：

1. 位值都是由左邊到右邊遞減。
2. 左邊的數字是右邊的 10 倍。
3. 「0」表示沒有，但有位值的意義，而且以整數來說，一個數最左邊增加「0」，其值不變；而小數方面，則在最右邊增加一個「0」，其值也不變。

然而，承襲整數記數系統的位值概念和多單位系統來瞭解小數的意義，也會形成因整數而產生的迷思概念。關於這個論點，Hiebert 和 Wearne(1983)有提出兩點佐證：

1. 學生完全地擴展整數知識到小數知識上去，例如，學生會認為某個小數的十倍即是在這個小數的最後加上一個「0」。
2. 學生在小數大小的判斷上有困難，例如 1.3 和 1.295 的大小比較。許多學生認為 1.295 大於 1.3 是因為他們忽視小數點的存在，而把小數當作整數來處理。

對於 Hiebert 與 Wearne(1983)所提出的第二點，Sackur-Grisvard and Leonard(1985)的研究中也有發現學生在比較小數時，常把小數點後面的數當作整數來比較，例如：3.8 比 3.214 小，是因為 8 小於 214。Resnick 等人(1989)將此錯誤類型稱之為整數規則，亦即，在比較小數知識與整數知識時，當新的小數概念內嵌(embedded)於以位值為主要特色的整數概念時，對學生而言會產生一種暗示，亦即小數系統和整數系統是相同的，可以忽視了小數和整數知識兩者之間的差異，也因為學生無法了解小數點右邊數字的含意，因此會將小數點右邊的數看成整數(邱顯場，1998)。

Sackur-Grisvard and Leonard(1985)的研究中發現學生在比較小數時，還會產生一種錯誤類型，亦即小數點後面有十分位是 0 的就比較小，如果都沒有 0 就用整數規則，如果都有 0 就用分數規則。例如：當比較 3.214、3.09 和 3.8 三個小數的大小時，因為 3.09 的十分位是 0，所以 3.09 最小，其次，因為 3.8 的 8 小於 3.214 的 214，所以 3.8 小於 3.214，使得最後的結果是 3.09 小於 3.8 又小於 3.214。Resnick 等人(1989)將此稱之為零規則，且認為零規則是整數規則的特例。因為他們意識到 0 是具有空位的功能，但是卻誤認為 0 所代表的是非常小甚至到沒有，這些位值結構尚未發展完全的學生有可能會產生此錯誤的規則，而以為只要小數點右邊有 0 的小數就是最小的。其實，邱顯場(1998)提到在比較小數大小時，可以利用位值系統來做比較，但是，如果學生不了解位值概念，那麼不僅學生在小數的比較上會有困難，在小數計算上也會有問題產生困難。

三、電算器有助於了解數學概念的實徵性研究

電算器可以幫助學生處理日常生活中需要冗長的計算 (Manly, 1997; NCTM, 1989), 讓學生將注意力集中於解題的過程 (劉祥通, 1994; NCTM, 1989; School Science and Mathematics Association, 1996), 幫助學生對於數學概念的了解 (劉祥通, 1994; van den Brink, 1988; Wheatley & Shumway, 1992), 或是幫助學生發現類型 (劉祥通, 1994; Manly, 1997)。而本文旨在探究電算器對小數概念學習的幫助, 主要是探討電算器對小數大小比較概念學習的成效, 所以在此只呈現電算器有助於了解小數大小比較數學概念的部分。

在有了電算器之後, 可以不必透過冗長的計算而獲得重要的數學原則 (Manly, 1997)。Beardslee (1978) 指出以數數而言, 因為電算器可以呈現數字, 如此, 學生不需要寫下來這些數字, 但是卻可以在很短的時間內經驗到很多的數。的確, 學者紛紛提到可以利用電算器作為工具, 幫助學生對於數學觀念的了解 (周筱亭, 1990; 劉祥通, 1994; van den Brink, 1988; Wheatley & Shumway, 1992)。以位值 (place-value) 的觀念為例, 例如: 若要將電算器上的三位數 178 中的 7 以 0 代替, 那麼要將 178 減去多少? 學生必須要認知 178 中的 7 代表 70 而非 7, 因此要將 178 減去 70 才會使得 178 中的 7 以 0 代替 (劉祥通, 1994)。又以倍數概念為例, NCTM (1989) 指出在電算器上鍵入「+、2、=、=、…」, 在鍵入「=」鍵 50 次之後, 電算器的螢幕上會顯示 100, 但是在鍵入「+、3、=、=、…」之後, 電算器的螢幕上, 卻始終無法顯示 100。對於中下程度的學生而言, 透過這樣的具體操作活動可以讓學生經驗到 100 是 2 的倍數, 但不是 3 的倍數。此外, NCTM (2000) 在 3-5 和 6-8 的課程標準中提及要適當地使用電算器, 尤其在「整數、分數、小數的運算」的單元中, 強調教導學生用不同的方式演算以及使用電算器去解決較大數字或是較複雜的運算題目。

綜合以上的研究可知, 電算器活動對國小學生數學概念的發展的確有所助益, 而且以往的研究大都是對整數進行研究, 關於小數方面的研究十分缺乏, 因此, 本研究想要了解電算器對小數概念的發展是否有所助益。所以, 研究者在本研究中將透過電算器教學活動進行「單位量」、「位值關係」、「多單位」小數概念的教學, 以探討「單位量」、「位值關係」、「多單位」小數概念的釐清, 是否就能矯正學生「小數大小比較」的分數規則迷思概念, 以做為未來教師進行小數大小比較概念教學時之參考。

四、電算器應用於國小數學教學之活動設計

數學的概念與技能，無法由教師灌輸而獲得，必須由學童自行建構(教育部，1993)。而學童建構、修正、與整合某些想法是經由外在環境、具體物、或與他人的互動而得(NCTM, 1989)。基於這種立論，那麼數學學習必須是主動的過程，而探索、驗證、使用、調查、預測等活動特別受到數學教育學者的重視。因此，數學教師應創造一個鼓勵學童的環境以幫助學童發展並獲得數學概念。

為了讓兒童將具體操作的活動與形式數學的運作相互連結，教材應安排適當的活動，讓兒童獲得足夠的具體經驗，進而抽象到形式化的數學結果(教育部，1993)。在NCTM(2000)中強調需要廣泛地使用具體物和教具來促進抽象觀念的學習，而在許多的具體物和教具中也特別提到電算器的使用。電算器的使用經由教學者精心設計可以讓學童探索、驗證、使用、調查、以及預測數學概念，以促進抽象數學的學習。本研究乃欲透過電算器活動的操作使學童從探索、驗證、預測的過程中幫助學生小數大小比較概念的發展。茲分別將本研究所運用的電算器教學活動名稱、內涵、以及功用介紹如下：

(一)累加活動

吳金香(1985)指出累加活動可應用於小學一年級剛學數數目字的時候，當學生會數阿拉伯數字或能認這些數字時，學生對這些數字的影像可經由電算器的累加活動而得到增強。例如，教學生依序鍵入「+、1、=、=…」等鍵，當第一個「=」鍵鍵入之後，學生會說1，再按一個「=」鍵，學生會說2。依此類推下去，每次按一個「=」鍵，學生所說的數會逐漸多1。Wiebe也曾提出另一種的累加活動，亦即讓學生在電算器上先按第一個數，再按一個「+」或「-」的運算符號和第二個數，然後按等號「=」鍵累加許多次(周筱亭，1990)。例如分別按入1、+、2，在按=鍵數次之後，則電算器會依次出現3、5、7、9…。上述這兩種累加活動的內涵是相同的，而其唯一的差異在於後者有先鍵入一個數字。

累加活動可以應用於許多低、中年級的教學當中。以下將提出四種不同教學內容的應用方式：第一種是「奇偶數」的觀念。可以透過在電算器上執行「某數、+、2、=…」，讓學生發現當某數是奇數時，那麼依序在電算器上所呈現的數都是奇數；若某數是偶數時，那麼依序在電算器上所呈現的數都是偶數。第二種是「日期」的觀念。可以透過在電算器上鍵入「某數、+、7、=、…」，而且某數是一個小於或等於7的數字。這可以幫助學生發現當某數出現在星期五時，那麼依序在電算器上所呈現的數都會出現在星期五。第三種是「錢幣」的觀念。可以透過在電算器上執行「+、5、=…」或是「+、10、=…」算出幾個5元或是幾個10元的總值。第四種是「倍數」的觀念。

可以透過在電算器上執行某整數或小數的累加活動，讓學生建立電算器所鍵出來的數都是以某整數或小數為單位量的倍數觀念。

(二)歸零活動

吳金香(1985)指出認識位值(個位、十位、百位)的意義可以用「以零代替」的方式，也就是將位值上的數歸零的活動進行。例如：請 A 學生隨意說出一個三位數的數目，然後讓 B 學生在電算器中按出此數目字，隨即 A 學生又要 B 學生在這三位數中任取一個數目字歸零，然後 B 學生要能說出新的數目字比原先的三位數少了多少。例如：452 的 5 歸零之後而變成 402，而學生必須要知道 452 中的 5 是代表 50，就可以直接說出新的數字比原來的數字少了 50，而不用透過 $452-402=50$ 的計算結果得知。因此，透過這個活動，學生能夠了解到各個數字所代表的位值。

位值概念在國小數學教學當中扮演很重要的地位，特別對整數和小數的學習而言。以整數而言，在一年級是透過十枝一捆的網綁活動來了解十進位的概念，進而認識個位、十位的位值；在二年級要了解百位、千位的位值；在三年級要了解萬位的位值；在四年級甚至要了解億以下各數的位值。以小數而言，在三、四、五年級分別要了解一位小數、二位小數、三位小數的位值。透過歸零活動可以幫助初學者或是學習緩慢者學習以上所說的整數和小數的位值，以及各位值之間的化聚。例如，23.5 的 2 歸零是在電算器上鍵入「23.5、-、10、=、=」，連續按 2 次的「=」鍵；23.5 的 3 歸零是在電算器上鍵入「23.5、-、1、=、=、=」，連續按 3 次的「=」鍵；23.5 的 5 歸零是在電算器上鍵入「23.5、-、0.1、=、=、=、=、=」，連續按 5 次的「=」鍵。上述的歸零活動分別幫助學生了解 23.5 的 2 是代表 2 個 10、3 是代表 3 個 1、5 是代表 5 個 0.1，且 23.5 是由 2 個 10、3 個 1、和 5 個 0.1 所組成。

(三)連乘活動

周筱亭(1990)說明 Wiebe 的觀點，在累加活動中當運算符號被置換成「 \times 」或「 \div 」時，就變成了連乘活動或是連除活動，亦即讓學生在計算器上先按第一個數，再按一個「 \times 」或「 \div 」的運算符號和第二個數，然後按等號「=」鍵連乘許多次，例如，分別按入「10、 \times 、2、=...」，則計算器會依次出現 20、200、2000、20000...。當運算符號為「 \times 」時，那麼在計算器上依序所呈現的數字是以計算器所鍵入的第一個數字為倍數地遞增，例如「10、 \times 、2、=...」是以 10 為倍數地遞增。當運算符號為「 \div 」時，那麼在計算器上依序所呈現的數字是以計算器所鍵入的第二個數字為倍數地遞減，例如「10、 \div 、2、=...」是以 2 為倍數地遞減。這種連乘或是連除活動可以應用於乘法或是除法的教學情境當中，可以幫助學生了解乘除法的倍數關係。

參、研究方法

一、研究對象

本研究的研究對象小綾，是六年級的學童，平時很少和同學交談，是個文靜的女孩，她的數學成績，在班上 38 名學生中，排名第 30 名，屬於中下程度。研究者訪談發現：有關小數比較大小方面，小綾僅有「分數規則」的迷思概念，並無其它「整數規則」或「零」規則迷思概念。

二、研究工具

(一)研究者

在質的研究中，研究者即研究工具(The researcher is the instrument)(Guba & Lincoln, 1981)。黃瑞琴(1991)認為這是因為研究者在實施質的研究時，必須廣泛地運用他們自己的經驗、想像、智慧、和情感，以發現與資料呈現之類型相似的經驗。而且 Patton(1990)認為質的資料之信度與效度大多取決於研究者的方法論技巧、敏感度和誠實。綜合上述可知，研究者本身的經驗、敏感度、以及方法論技巧影響了研究工具的信度與效度。

而本研究是由第三位研究者訪談與初步分析(primary analysis)，她是國立嘉義大學國民教育研究所碩士班的畢業生，是現職國小教師，已任教二年；而由第二位研究者挑選出關於小綾的資料做進一步的次級分析(secondary analysis)，她正就讀於國立嘉義大學國民教育研究所碩士班，也是現職國小教師，已有五年的教學經驗；最後再由第一位研究者確認原案的解析與第二位研究者給小綾所貼下「標籤」的適當性，並做文章與結構的修飾。第一位研究者目前任教於國立嘉義大學數學教育研究所。

因此，在本研究原案分析部分會有兩個日期，第一個日期為第三位研究者初步分析的日期，第二個日期為第二位研究者次級分析的日期，而第二位研究者次級分析時，皆認同第三位研究者的分析，只是會與第一位研究者討論並做進一步更詳盡的分析與說明。

(二)研究者的訪談技巧

在本研究中研究者是教學者也是訪談者，在訪談的過程中，研究者會錄音並觀察研究對象的反應。以研究者的方法論技巧而言，研究者在訪談的過程中將以持續比較(constant comparison)、以及交叉檢定(cross checks)等方法以提高原始資料的正確性。學生的談話，亦即以不同的方式持續地問學生相似的問題，藉以檢核學生在不同時間談到相同話題時，其談話內容的一致性。

就以分數規則的迷思概念為例，若提問 0.2 和 0.32 哪一個比較大？若學生回答 0.2 比較大，不能據此斷定此學生有分數規則的迷思概念(0.2 大於 0.32 是因為 0.2 的小數點後有一位，而 0.32 的小數點後有二位)，有必要以相似的例子重複問相同的小數概念，藉以檢驗學生的回答，例如，再提問 0.5 和 0.65 哪一個比較大？此為持續比較。

此外，以不同的方法檢驗小數概念，例如，用百格板的指示物，請學生分別取出 0.2 和 0.32，看學生是否能取出 20 小格來表示 0.2，取出 32 小格來表示 0.32，若學生不能取出 32 小格，並且認為 0.32 的小格數應該比 0.2 少時，那麼學生可能就存有分數規則的迷思概念，此為交叉檢定法。

(三)訪談導引

訪談導引(interview guide)是一系列用來在訪談進行中探索的問題，是作為訪談進行的主要方向，以確信與研究問題相關的主題都有被含括在內，在實際訪談時，可以因應特定的研究對象調整問題的順序(Patton, 1990；黃瑞琴，1991)。而本研究的訪談導引可分成小數大小比較的訪談導引以及電算器活動兩方面。小數大小比較的訪談導引用於電算器教學過程中引導學生矯正小數大小比較之分數規則迷思概念，以及在電算器教學兩個星期後探求電算器活動的成效為何。

本研究是探討個案在解「小數大小比較」問題方面的情形，而根據小數結構知識圖，「單位量」、「位值關係」以及「多單位」的概念是小數大小比較的先備知識，因此訪談導引將有如下四部份：

1. 單位量「0.1」與「0.01」的認識

一般說來，單位量的觀念不容易界定，但是經由以下 0.a 是幾個 0.1 等問題可以了解此個案對「單位量」概念的了解。

例(1)：0.9 有幾個 0.1？

例(2)：0.08 有幾個 0.02？

2. 位值關係：位值關係是單位量 0.1 與 0.01 之間大小的倍數關係。

例(1)：0.1 是 0.01 的幾倍？

例(2)：0.01 是 0.1 的幾倍？

例(3)：1.8 是 0.18 的幾倍？

3. 多單位

數是多單位所組成，小數也是，訪談問題只呈現兩位小數是否能以「1」、「0.1」與「0.01」三個單位組成。

例(1)：0.78 是幾個 0.1 和幾個 0.01 所組成的？

例(2)：0.65 是幾個 0.01 所組成的？

4. 小數大小比較

例(1)：0.6 和 0.45 哪一個比較大？

例(2)：0.2 和 0.32 哪一個比較大？

例(3)：2.6 和 2.80 哪一個比較大？

三、電算器教學活動的設計

在電算器教學活動之初，研究者會先進行暖身活動，亦即讓學生熟悉電算器各按鍵的功能，如「+」、「-」、「×」、「÷」、「=」鍵，之後再進行電算器教學活動。電算器教學前研究者已確定此個案屬於分數規則迷思概念，又依劉曼麗(1996)指出小數量的大小比較與「單位量」、「位值關係」、「多單位」這三者有密切的關係，因此，研究者認為小綾存有分數規則迷思概念可能是「單位量」、「位值關係」、「多單位」方面的概念不清楚，所以，研究者在本研究中針對「單位量」、「位值關係」、「多單位」小數概念所設計的電算器教學活動如下：

(一)累加活動：建立單位量的概念

請學生依序鍵入「單位量的小數、+、單位量的小數、=…」，單位量的小數可以是 0.1、0.01、0.2 或是 0.3。那麼所鍵入「=」鍵的次數加 1，就是原來的小數是單位量小數的幾倍。例如在電算器上依序鍵入「0.2、+、0.2、=、=、=」，共按了三次的「=」鍵之後電算器會呈現 0.8。因此，0.8 是 0.2 的 4 倍。

(二)歸零活動：建立多單位的概念

請學生依序鍵入「0.43、-、0.1、=…」，當「=」鍵鍵入四次之後，之前的 0.43 會變成 0.03，即十分位的 4 會歸零，藉由連續減四次的 0.1 讓學生知道 0.43 有四個 0.1。同樣地，鍵入「0.43、-、0.01、=…」，當「=」鍵鍵入三次之後，之前的 0.43 會變成 0.4，即百分位的 3 會歸零，藉由連續減三次的 0.01 讓學生知道 0.43 有三個 0.01。

(三)×10 或÷10 活動：建立位值關係的概念

上述文獻提及連乘或是連除活動可以應用於乘法或是除法的教學情境當中，可以幫助學生了解乘除法的倍數關係。而研究者認為本研究所要教導的小數位數只有兩位，不需要連乘或是連除，因此，研究者自行設計 $\times 10$ 或 $\div 10$ 的活動來幫助學生建立位值關係的概念。此活動是請學生鍵入「0.01、 \times 、10」之後，電算器會呈現0.1，使其了解0.1是0.01乘上10倍之後所得到的結果。或是讓學生鍵入「1、 \div 、10」之後，電算器呈現0.01，使其了解0.01是0.1除以10倍之後所得到的結果。

四、資料分析

本研究的資料，主要是錄音帶中所呈現的學生解題資料。研究者在將錄音帶的資料全部轉成逐字稿的同時，依日期的先後次序將逐字稿的內容以阿拉伯數字編碼，最後，再進行原案分析(protocol analysis)。Erickson(1986)認為資料的分析並非全部收集完成後才進行，而是在資料蒐集的過程就不斷的進行分析。因此研究者在資料蒐集過程即進行分析，將目前所得的資料不斷地與前次分析過程的資料互相比較。在資料蒐集過程中研究者不斷反覆比較查閱反思資料中所透露的訊息，所遭遇的困難與資料收集方法的改善。每次比較的結果皆以札記記錄所得，以利先前資料與現在資料的比較。而比較分析資料的目的是在於檢視各個資料來源是否能支持研究者的觀點。

肆、研究結果

有關小綾的小數迷思概念分成電算器教學前、教學過程與教學後三階段來呈現。

一、電算器教學前

(一)在小數的大小比較上存有分數規則的迷思概念

原案(一)2000年1月4日訪談

E115 師：那2.6和2.08誰比較大？

E116 生：2.6。

E117 師：2.6比2.08大，為什麼？

E118 生：這個(指著2.08)四捨五入的話，這個就變成2.1，所以2.6就比較大。

E127 師：那0.2跟0.17誰比較大？

E128 生：一樣大。

E129 師：一樣大？因為你又把它四捨五入了？

E130 生：對。

E131 師：如果你不用四捨五入呢？

E132 生：這個(指著 0.2)比較大。

E133 師：為什麼？

E134 生：因為兩位比較小，一位比較大。

E135 師：你的意思是 0.17 有兩位數，比較小，0.2 有一位數所以比較大嗎？

E136 生：(點頭)

E137 師：那 0.2 和 0.32 誰比較大？

E138 生：0.32 比較大。

E139 師：你是怎麼比較小數大小的？

E140 生：用四捨五入。

E141 師：如果不可以用四捨五入呢？

E142 生：就另外一邊(指著 0.2)比較大。

E143 師：你又是怎麼判斷的？

E144 生：因為我覺得兩位數會比較小。

E145 師：因為 0.32 有兩位數，所以比較小？

E146 生：(點頭)

E147 師：那這邊有一百格，全部是一，那 0.2 有多少？

E148 生：0.2 有兩排。

E149 師：那 0.32 有多少？

E150 生：…(停頓 20 秒)0.32…(停頓 6 秒)應該是比 0.2 少。

E151 師：比 0.2 還少，那你能畫出來嗎？

E152 生：(搖頭)

分析：2000 年 1 月 4 日、2001 年 7 月 1 日

從 E115 到 E118 中，發現小綾會將含有百分位的小數在百分位之處四捨五入，例如：將 2.08 變成 2.1，再與另一不含百分位的小數 2.6 比較大小。然後，小綾能在兩個含相同位數的小數上正確比較出大小。但是這樣的四捨五入的估算策略時對時錯，例如：在 E128 中，小綾就產生 0.2 和 0.17 一樣大的錯誤了。因此，四捨五入的估算策略並不能幫助她比較小數的大小。

但是，若捨棄四捨五入的估算策略，小綾又會出現分數規則的迷思概念，亦即認為小數位數越多者，其數值越小。從 E132 到 E136 中，小綾認為 0.17 比 0.2 小，乃是因為 0.17 是兩位數之故。同樣地，從 E141 到 E146 中，小綾認為 0.32 會比 0.2 小，也是因為 0.32 是兩位數之故。即使進一步從 E147 到 E152 進行百格板交叉檢定，在 E150 中，小綾雖然無法畫出 0.32 的數量，但仍是認為 0.32 會比 0.2 還少。此結果與 Resnick 等人 (1989) 所稱的分數規則一致。而劉曼麗 (民 85) 指出小數量的大小與「單位量」、「位值關係」、「多單位」這三者有密切的關係，因此研究者認為小綾可能是「單位量」、「位值關係」、「多單位」概念不清楚，因此以下繼續針對「單位量」、「位值關係」、「多單位」的概念作深入訪談。

(二) 用乘法策略或減法策略錯誤解釋小數單位量的問題

原案(二) 2000 年 1 月 5 日訪談

E1 師：0.9 有幾個 0.1？

E2 生：九個。

E3 師：你是怎麼知道的？

E4 生：乘起來吧！

E5 師：怎麼乘？

E6 生：0.9 乘以 0.1... (停頓 3 秒) 不是喔！... (停頓 12 秒) 不會。

E7 師：沒關係，那 0.3 有幾個 0.1？

E8 生：三個。

E9 師：你怎麼知道？

E10 生：(停頓 20 秒)

E11 師：說說看，你怎麼知道是三個？

E12 生：想不出來。

E13 師：不要緊張，沒關係。

E14 生：乘起來不對啊！

E25 師：那 0.8 有幾個 0.2？

E26 生：六個。

E27 師：你是怎麼做的？

E28 生：也是減起來的。

E29 師：可不可以講一次你是怎麼減的？

E30 生：0.8 減 0.2。

E31 師：那 0.34 有幾個 0.17？

E32 生：17 個。

E33 師：可不可以講一次你是怎麼減的？

E34 生：0.34 減 0.17。

分析：2000 年 1 月 5 日、2001 年 7 月 2 日

在 E1 到 E6 中，小綾試圖用乘法策略解決 0.9 有幾個 0.1 的問題。從 E6 中，發現小綾在用 0.9 乘以 0.1 的過程中產生問題。因而在 E14 中也認為：「乘起來不對啊！」而無法用乘法策略處理 0.3 有 3 個 0.1。

而在 E25 到 E34 中，可以看見小綾使用減法策略錯誤地處理單位量的問題。例如：從 E25 到 E30 中，用 0.8 減 0.2 等於 6 解釋 0.8 有 6 個 0.2。

研究者發現，不管是乘法策略或是減法策略，都可以見到小綾在解決小數單位量問題的失敗，因此研究者認為小綾缺乏小數單位量的概念。

(三) 不了解位值關係

原案(三) 2000 年 1 月 5 日訪談

E43 師：好，沒關係。那 0.1 是 0.01 的幾倍？

E44 生：(搖頭)

E45 師：0.1 是一位小數，0.01 是兩位小數，0.1 是 0.01 的幾倍？

E46 生：不知道。

E47 師：好，沒關係。那 0.7 是 0.07 的幾倍？

E48 生：不知道。

分析：2000 年 1 月 5 日、2001 年 7 月 2 日

從小綾對倍數問題的回答中可知，小綾不了解位值關係。從 E44 中，小綾搖頭表示不知道 0.1 是 0.01 的幾倍。即使進一步提示 0.1 是一位小數，0.01 是兩位小數，而在 E46 的回答中，小綾仍無法知道 0.1 和 0.01 的關係。在 E47 用「0.7 是 0.07 的幾倍？」做交叉檢驗之後，從 E48 的回答中可知，小綾不知道 0.7 和 0.07 之 10 倍關係。因此，研究者認為小綾不了解小數位值關係。

(四) 缺乏多單位概念

原案(四) 2000 年 1 月 6 日訪談

E71 師：那 0.12 有幾個 0.1 和幾個 0.01 所組成？

E72 生：有 12 個 0.1。

E73 師：那有幾個 0.01？

E74 生：120 個 0.01。

E75 師：你怎麼知道是 12 個 0.1，120 個 0.01？

E76 生：0.1 乘以 12 等於 12 個 0.1。

E83 師：那 0.12 總共有幾個 0.01？

E84 生：120 個。

E85 師：那 0.12 總共有幾個 0.1？

E86 生：12 個。

E87 師：那你知不知道 0.12 有幾個 0.1 和幾個 0.01 所共同組成的？

E88 生：0.12 是 12 個 0.1。

E89 師：那是幾個 0.01？

E90 生：不知道。

E91 師：那我問你 $0.12 = 0.1 + () \times 0.01$ ，() 內要填多少？

E92 生：不會。

分析：2000 年 1 月 6 日、2001 年 7 月 2 日

從 E71 到 E86 中可知，小綾錯誤地認為 0.12 總共有 12 個 0.1，且 0.12 總共有 120 個 0.01。雖然他在 E76 解釋說：「0.12 乘以 12 等於 12 個 0.1」。小綾這種錯誤的回答可能與小數單位量概念有關。而小綾無法正確回答一個單位量的問題，自然難以回答 0.1 和 0.01 兩個單位量的多單位的問題。從 E87 到 E90 來看，小綾難以將 0.12 看成是 0.1 和 0.01 兩個單位所合成的數。即使在 E91 中將小數算式化，轉變成 $0.12 = 0.1 + () \times 0.01$ ，小綾仍是無法回答()內的數。因此，研究者認為小綾缺乏小數多單位的概念。

二、電算器教學過程

(一)透過累加活動教導單位量概念

原案(五) 2000 年 1 月 8 日訪談

E153 師：剛才老師問你 0.8 有幾個 0.2？你看，0.2 加 0.2，(師依序在電算器上鍵入 0.2、+、0.2)，我按「=」，你猜會變成多少？

E154 生：0.4。

E155 師：那再按一次「=」呢？

E156 生：0.2。(正確答案是 0.6)

E157 師：按「=」是重複剛才的運算，現在已經是 0.4 了，再按一次「=」是再加 0.2，

所以會是多少？

E158 生：0.6。

E159 師：再按一次「=」呢？

E160 生：0.8。

E161 師：那我加了幾次的 0.2？

E162 生：4 次。

E163 師：所以，0.8 有幾個 0.2？

E164 生：4 個。

E165 師：那 1 是 0.2 的幾倍？你可不可以用電算器按給老師看？

E166 生：(生依序在電算器上鍵入 0.2、+、0.2、=，電算器上呈現 0.4)，2 次。(生依序在電算器上鍵入 =、=、=，電算器呈現 1)，3 次、4 次、5 次。

E167 師：所以 1 是 0.2 的幾倍？

E168 生：5 倍。

E169 師：你現在可不可以不要用電算器告訴我 0.9 有幾個 0.3？

E170 生：好，……3 個！對不對呢？

E171 師：對！很棒喔！

分析：2000 年 1 月 8 日、2001 年 7 月 3 日

在 E153 和到 E154 中，小綾知道 0.2 加 0.2 會等於 0.4。但是在 E155 和 E156 中錯誤回答再按一次「=」的結果會等於 0.2，而在 E157 中經過研究者的教導之後，小綾分別能在 E158 中正確預測 3 個 0.2 累加的結果是 0.6，以及在 E160 中正確預測 4 個 0.2 累加的結果是 0.8。從 E161 到 E164 中也發現小綾能從 0.8 是累加 4 次的 0.2 類推到 0.8 有 4 個 0.2。研究者在 E165 到 E168 中間小綾「1 是 0.2 的幾倍」，在 E169 到 E171 中間小綾「不要用電算器解決 0.9 有幾個 0.3」等問題做交叉檢驗，發現小綾皆能正確回答。因此，研究者認為，小數單位量的累加活動有助於小綾小數單位量概念的建立。

(二)透過 $\times 10$ 或 $\div 10$ 教導位值關係

原案(六) 2000 年 1 月 9 日訪談

E227 師：你認為 0.01×10 會等於多少？

E228 生：0.1。

E229 師：那 0.1 是 0.01 的幾倍？

E230 生：10 倍。

E277 師：那你認為 $0.1 \div 10$ 會等於多少？

E278 生：10。(正確答案是 0.01)

E279 師：你按電算器試試看。

E280 生：(生依序在電算器上鍵入 0.1、÷、10、=)，0.01。

E281 師：從 $0.1 \div 10 = 0.01$ 這個式子，你可不可以看出 0.1 是 0.01 的幾倍？

E282 生：10 倍。

E283 師：那 $0.1 \div 0.01$ 會是多少？

E284 生：10。

E285 師：你怎麼知道？

E286 生：用電算器算的。(生依序在電算器上鍵入 0.1、÷、0.01、=，電算器呈現 10)

E287 師：那 0.1 有幾個 0.01？

E288 生：10 個。

E289 師：那 $0.01 \div 0.1$ 會是多少？

E290 生：0.1。

E291 師：你用電算器按按看。

E292 生：(生依序在電算器上鍵入 0.01、÷、0.1、=)，0.1。

E293 師：那 0.01 是 0.1 的幾倍？

E294 生：0.1 倍。

分析：2000 年 1 月 9 日、2001 年 7 月 4 日

原本在 E277 到 E278 中小綾錯以為 $0.1 \div 10 = 10$ ，而在 E279 中經過研究者的提示使用電算器之後，小綾可以使用電算器算出 $0.1 \div 10 = 0.01$ ，進而得知 0.1 是 0.01 的 10 倍。而從 E283 到 E288 中，小綾也能從電算器算出 $0.1 \div 0.01 = 10$ ，並了解 0.1 有 10 個 0.01。而從 E289 到 E294 中發現，小綾也知道 0.1 有 10 個 0.01，在 E290 中面對 $0.01 \div 0.1$ 可正確的預測 0.01 是 0.1 的 0.1 倍。因此，整體而言，研究者認為小數 $\times 10$ 或 $\div 10$ 的活動有助於小綾小數位值關係概念的建立。

(三) 透過歸零活動教導多單位

原案(七) 2000 年 1 月 10 日訪談

E361 師：那我問你說 0.12 有幾個 0.1 和幾個 0.01 所組成。我問你有幾個 0.1 就減 0.1，讓 0.12 的 1 變成 0。(師依序在電算器上鍵入 0.12、-、0.1，電算器上呈現 0.02)。所以 0.12 有幾個 0.1？

E362 生：1 個。

E363 師：那我問你要讓 0.12 的 2 變成 0，那要減多少？

E364 生：減 0.1。(正確答案是 0.01)

E365 師：應該是減 0.01 喔，因為 2 在百分位。

E366 生：好。

E367 師：那要減幾次？(師依序在電算器上鍵入-、0.01、=、=，電算器呈現 0)

E368 生：2 次。

E369 師：所以它有幾個 0.01？

E370 生：2 個 0.01。

E371 師：0.78 有幾個 0.1 和幾個 0.01 所組成？

E372 生：0.78 有 7 個 0.1，有 8 個 0.01。

E373 師：你怎麼知道的？

E374 生：0.78 減 0.1 減 7 次，剩下 0.08，再減 0.01 減 8 次。

E375 師：那你這樣會了喔！

E376 生：會。

E377 師：那 0.78 總共有幾個 0.01？

E378 生：78 個。

分析：2000 年 1 月 10 日、2001 年 7 月 5 日

原本在 E363 到 E364 中小綾錯以為要讓 0.12 的 2 變成 0 要減 0.1。而在 E365 到 E367 中經過研究者的教導之後，小綾在 E368 中知道 0.02 減了 2 次的 0.01 就變成 0，因而在 E370 中知道 0.12 有 2 個 0.01。而在 E372 中小綾能正確回答「0.78 有 7 個 0.1，有 8 個 0.01」，在 E374 中用「0.78 減 0.1 減 7 次，剩下 0.08，再減 0.01 減 8 次。」從小綾的解釋中可知，小綾是採用歸零活動的步驟得知小數多單位的概念。因此，研究者認為可以透過歸零活動建立小綾小數多單位的概念。但是，有了多單位的概念之後會不會失去單一單位的概念？於是在 E377 中研究者再從有幾個 0.01 的觀點來檢驗之。結果在 E378 中小綾回答 0.78 總共有 78 個 0.01，可見小綾有了多單位的觀點並不會失去單一單位的概念。

三、電算器教學後

(一)能透過累加策略建立單位量概念

原案(八) 2000 年 1 月 25 日訪談

E418 師：要加幾個 0.3 才會變成 1.8？

E419 生：6 個。

E420 師：那 7 個 0.3 是多少？

E421 生：0.21。

E422 師：那 1.8 是 0.3 的幾倍？

E423 生：6 倍。

E424 師：你是怎麼算的？

E425 生：1.8 除以 0.3。

分析：2000 年 1 月 25 日、2001 年 7 月 5 日

在 E419 中，小綾能回答加 6 個 0.3 才會變成 1.8，可見小綾能以累加策略解題。在 E421 中小綾回答 7 個 0.3 才會變成 2.1，可見小綾能以乘法策略解題。而在 E425 中，小綾能以 1.8 除以 0.3 解釋 1.8 是 0.3 的 6 倍，可見小綾能以除法策略解題。從這 3 個例子中可以發現，小綾不但能以累加策略建立單位量概念，亦能以乘法策略、除法策略解題。

(二)能透過 $\times 10$ 或 $\div 10$ 了解位值關係

原案(九) 2000 年 1 月 26 日訪談

E431 師：那你知不知道 0.9 是 0.09 的幾倍？

E432 生：10 倍。

E433 師：你怎麼知道 10 倍？

E434 生：0.09 乘以 10 等於 0.9。

E435 師：1.8 有幾個 0.18？

E436 生：不知道。

E437 師：你要不要再想想看？

E438 生：喔！你是說 1.8 是 0.18 的幾倍？

E439 師：對。

E440 生：10 倍。

E441 師：你怎麼知道 10 倍？

E442 生：0.18 乘以 10 等於 1.8。

E443 師：那 1.8 除以 10 呢？

E444 生：0.18。

分析：2000 年 1 月 26 日、2001 年 7 月 6 日

從 E431 到 E434 中，小綾藉由 0.09 乘以 10 等於 0.9 而知道 0.9 是 0.09 的 10 倍。又從 E438 到 E442 中，藉由 0.18 乘以 10 等於 1.8 而知道 1.8 是 0.18 的 10 倍；E443

到 E444 中，是以除的觀點檢驗小綾對位值關係的了解，小綾也知道 1.8 除以 10 等於 0.18，不管是乘以 10 或除以 10 的檢驗都可以證實小綾了解位值關係。

(三)透過歸零活動建立多單位概念

原案(十) 2000 年 1 月 27 日訪談

E459 師：那 3.65 總共有幾個 0.01？

E460 生：365 個。

E461 師：那你知道 3.65 有幾個 1 和幾個 0.1 和幾個 0.01 所組成的？

E462 生：有 3 個 1，6 個 0.1 和 5 個 0.01。

E463 師：為什麼？

E464 生：因為 3 減 1 要按 3 次，0.6 要減 0.1 要按 6 次，然後 0.05 減 0.01 要按 5 次。

E465 師：這樣最後會變成多少？

E466 生：0。

E467 師：你是用電算器的方法是不是？

E468 生：對。

分析：2000 年 1 月 27 日、2001 年 7 月 6 日

在 E460 中小綾知道 3.65 總共有 365 個 0.01，表示小綾具備以 0.01 為單位量的概念。而在 E462 中小綾能說出 3.65 有 3 個 1，6 個 0.1 和 5 個 0.01，並在 E464 中解釋：「因為 3 減 1 要按 3 次，0.6 要減 0.1 要按 6 次，然後 0.05 減 0.01 要按 5 次。」可見小綾能將 3.65 分別看成 3、0.6 和 0.05，而且能以歸零活動知道 3.65 有 3 個 1，6 個 0.1 和 5 個 0.01。因此可以說小綾是透過歸零活動中建立多單位概念。

(四)能正確比較小數的大小

原案(十一) 2000 年 1 月 28 日訪談

E515 師：0.2 和 0.18 誰比較大？

E516 生：0.2。

E517 師：你是怎麼算的？

E518 生：你看 0.2 要加 20 個 0.1 才會變成 0.2，然後 0.18 加 18 個 0.01 才會變成 0.18，所以我想 0.2 比較大。

E521 師：那你覺得 0.4 和 0.04 誰比較大？

E522 生：0.4。

E523 師：為什麼你覺得 0.4 比較大？

E524 生：0.04 要乘以 10 才等於 0.4，這樣 0.4 比較大。

E525 師：那 4.56 和 4.78 誰比較大？

E526 生：4.78。

E527 師：為什麼？

E528 生：4.56 和 4.78 都有 4 個 1，然後 4.56 有 5 個 0.1，4.78 有 7 個 0.1，所以 4.78 大。對不對？

E529 師：對！

分析：2000 年 1 月 28 日、2001 年 7 月 6 日

在 E515 到 E518 中，小綾能運用累加 0.01(單位量)比較出小數的大小；在 E524 中能說出 0.04 乘以 10(位值關係)才等於 0.4，所以 0.4 比較大；在 E528 中能說出 4.56 和 4.78 都有 4 個 1，4.56 有 5 個 0.1，4.78 有 7 個 0.1(多單位)，所以 4.78 大。由此可知，透過累加活動建立單位量概念、透過 $\times 10$ 或 $\div 10$ 的活動建立位值關係概念、透過歸零活動建立多單位概念，的確可以幫助小綾小數大小比較概念的發展，矯正其分數規則迷思概念。

伍、結 論

一、實施電算器教學活動的結果

(一) 電算器教學活動能幫助小綾矯正小數大小比較分數規則迷思概念。

在透過電算器進行「累加」、「 $\times 10$ 或 $\div 10$ 」、「歸零」活動的教學後，小綾已能正確進行小數大小比較，分數規則迷思概念也已獲得矯正。例如：在原案(十一)中，小綾能運用累加 0.01(單位量)比較出小數的大小；能說出 0.04 乘以 10(位值關係)才等於 0.4，所以 0.4 比較大；能說出 4.56 和 4.78 都有 4 個 1，4.56 有 5 個 0.1，4.78 有 7 個 0.1(多單位)，所以 4.78 大。在研究者訪談小綾的這段期間，小綾並未接受關於小數方面的教學，因此，研究者認為，小綾的迷思概念並非根深蒂固，透過「累加」、「 $\times 10$ 或 $\div 10$ 」、「歸零」的電算器活動進行小數「單位量」、「位值關係」、「多單位」概念的教學，可以幫助小綾小數大小比較概念的發展，矯正其分數規則迷思概念。

(二) 電算器教學活動有效的可能因素。

從研究結果發現電算器教學活動對小綾的小數學習是有效的，探諸可能原因，研

究者認為主要的因素是：

學習者可利用電算器操作 0.01「累加 10 次」發現 0.1 是由 10 個 0.01 所組成，對「單位量」會有更深刻的了解。這樣的學習活動比起課室裡「教師說明、學生背」的學習方式具體多了。

而在「乘以 10 倍」得到 0.1，具體的發現 0.1 與 0.01 的倍數關係後，也可以發現 0.2 與 0.02，0.3 與 0.03……等的倍數關係。這樣的具體活動把十分位與百分位間隱晦的(implicit)「位值關係」彰顯出來，給學生較深刻的學習，如此的學習方式比小綾在課室裡「聽到」的學習方式具體多了。

同樣地，利用 0.12「減多少？」可以變成 0.10，剛開始小綾會以為是要「減 2 個 0.1」，後來她才發現要用 0.01 減 2 次才可以獲得 0.10，如此的學習乃是經由猜測，再由驗證修正了原有的迷思概念，進而獲得正確的「多單位」概念。教室裡的教學很自然地採用教科書的方法—0.12 是 1 個 0.1 與 2 個 0.01 的方式說明，然後再給其他相似的題目練習，學習者很容易回答這樣的填充題— $0.78=0.1\times(\quad)+0.01\times(\quad)$ ，但是他們的「多單位」概念就未必獲得周全的發展。

由研究結果可知，「單位量」、「位值關係」、與「多單位」的概念與「小數大小比較」的能力有密切的關係，小綾透過上述的電算器教學活動增進了「單位量」、「位值關係」、「多單位」的概念，因此也矯正了她原先所存有的「分數規則」迷思概念，所以小綾在接受電算器教學後能成功的比較小數的大小。

二、研究者的反省

(一)小綾存有小數迷思概念的可能原因

小綾在三、四、五年級已接受過小數的課程，六年級仍存有迷思概念(分數規則)，卻在接受電算器教學後立即獲得矯正。研究者驚訝這樣的教學效果之餘，省察教學前的訪談，發現在原案(一)的對話中，小綾無法在「百格板當作 1」的積木上找出 0.32，且在原案(二)的對話中，小綾也無法說出「0.8 有幾個 0.2」，且用「減法」策略解此問題，而回答 0.6。因此，研究者推斷很可能過去的小數教學活動不夠落實，未能將小數與所對應的指示物建立連結關係，以致於到了六年級仍存有迷思概念。

(二)教具使用

雖然在進行電算器教學前有事先進行電算器的暖身活動，讓學生熟悉電算器各按鍵的用途。但是在實際教學中仍發現學生有迷思之處。例如當小綾進行累加活動時，會混淆所鍵入「=」鍵的次數和所累加單位量小數的個數，如：原案(五)中，學生認

為 0.4 再按一次「=」會等於 0.2。可見研究者需要協助其釐清二者差異之處。也可能學生對電算器這個教具的熟悉度不夠，因而在訪談中有加強教具使用熟悉之必要。

(三)訪談技巧

為了檢驗學生是否真懂，研究者的訪談技巧很重要，可以做多樣化的交叉檢驗，例如：教學時，可以問與課本不同的非例行性題目或是使用不同的方法來檢驗。但是本研究的交叉檢驗在有些例子上做的並不充分，因此，訪談技巧仍有待加強。以多單位概念為例，劉曼麗(1998b)指出新課程會對二位小數進行 0.1 與 0.01 的雙向化聚活動，亦即「a 個 0.1 和 b 個 0.01 合起來是幾個 0.01？」及「 $(a \times 10 + b)$ 個 0.01 合起來是幾個 0.1 和幾個 0.01？」(a、b 是介於 1-9 的已知數，「幾」則代表未知數)的雙向化聚活動。以本研究而言，多單位問題型是屬於「 $(a \times 10 + b)$ 個 0.01 合起來是幾個 0.1 和幾個 0.01？」的類型，侷限於單向化聚而未做到雙向化聚。

此外，以下將對於本研究未深入訪談之處舉一個個案為例加以省思。例如：原案(七)中老師問小綾：「0.78 有幾個 0.1 和幾個 0.01 所組成？」以及「0.78 總共有幾個 0.01？」卻未問小綾其他如：「8 個 0.1 和 9 個 0.01 合起來是多少？」的問題，這是可再改進之處！

陸、建 議

根據研究結果與結論，本文從課程、教學、及未來研究題材方面提出建議。

一、課程方面

(一)將電算器融入小數比較大小之課程

電算器在數學課程中是擺在第八冊的一個獨立單元中，而本研究證實電算器活動有助於學生小數迷思概念之改善，因此未來或許可以考慮將電算器融入小數概念之課程中。而小數概念僅是本研究的一個例子，當然，除了小數概念，電算器活動還可以融入其它的數學課程中。以下將舉四個例子說明：例一，將歸零活動融入整數的位值概念課程中，幫助學生了解各個數字所代表的位值為何。例二，將累加活動融入奇偶數的課程中，透過執行「+、某數、=...」，讓學生發現當某數是奇數(偶數)時，那麼依序在電算器上所呈現的數字都將是奇數(偶數)。例三，將累加活動融入日期的課程

中，透過鍵入「某數、+、7、=、…」，而且某數是一個小於或等於 7 的數字。這可以幫助學生發現當某數出現在星期五時，那麼依序在電算器上所呈現的數都會出現在星期五。例四，將累加活動融入整數的倍數課程中，幫助學生了解電算器所鍵出來的數都是以某整數為單位量的倍數。綜合而言，教材應安排適當的活動，讓兒童獲得足夠的具體經驗，進而抽象到形式化的數學結果。(教育部，1993)

(二)電算器教學易造成混淆的部分

在本研究中，研究者是讓學生透過「某小數、+、某小數、=、=…」的鍵入，了解電算器最後所呈現的數，都是以某小數為單位量的倍數。雖然學生可以了解這種單位量與倍數的關係，但是學生很容易混淆所鍵入「=」鍵的次數與所累加單位量小數的個數二者的差異，因而研究者在例二之處所提出的方式，是改採用吳金香(1985)所提出的方法，改以「+、某整數、=、=…」的鍵入，使所鍵入的「=」鍵的次數等於所累加單位量小數的個數，來幫助學生了解單位量與倍數之關係。因此研究者建議在編排以電算器融入小數比較大小之課程時，宜注意此點的引導。

二、教學方面

(一)以交叉檢定掌握學生學習情況

教師在教學過程中，不管是對小數迷思概念有無的判斷、比較大小的法則判斷、電算器活動介入後，小數迷思概念改善與否的判斷…，交叉檢驗扮演一個很重要的角色，教學者若能做交叉檢定，較能對學生的學習賦予正確之判斷。此外，藉著交叉檢定的練習，除了可以檢驗學生的學習情形以外，也可以培養教師的佈題能力。交叉檢定的功夫雖不是一蹴可及，但是教學者可多加練習，以提高交叉檢定的能力。

(二)設計電算器活動幫助學生

檢視過去的數學課程，電算器只是提供檢驗的工具，電算器的教學仍僅限於功能操作的技能學習，並未設計電算器教學活動來幫助學生學習。因此，建議教師教學時可設計電算器教學活動，幫助學生小數概念的建立。

三、未來研究題材

(一)電算器活動的應用

除了透過累加活動瞭解單位量、 $\times 10$ 或 $\div 10$ 活動了解位值關係、歸零活動建立多單位概念之外，許多學者還提出了其他電算器活動，如：接序活動(Usnick, Lamphere & Bright, 1995)、尋找上下界的活動(Wheatley & Shumway, 1992)、顛倒活動(Beardslee,

1978)，使用這些活動來幫助學生數學概念發展的成效如何，有待研究證實。因此，建議未來研究者可以應用這些電算器活動來幫助小學生數學概念之發展，甚至是開發其他新的電算器活動，以幫助學生數學概念的發展。

(二)其他小數題材

本研究是以小數的單位量概念、位值概念、多單位概念的教學幫助學生小數大小比較分數規則迷思概念的矯正，研究結果證實電算器活動確實能改善學生小數大小比較之分數規則的迷思概念，未來的研究者，可針對其它兩種的整數規則與零規則的迷思概念進行研究。

參考文獻

中文部分

- 吳金香(1985)。運用電子電算器於小學的數學教學。《教師之友》，26(1), 35-33。
- 吳美蓉(2000)。電算器活動促進六年級學童數學概念發展之個案研究—以小數概念為例。嘉義：國立嘉義大學國民教育研究所碩士論文(未出版)。
- 吳昭容(1996)。先前知識對國小學童小數概念學習之影響。台北：國立台灣大學心理學研究所博士論文(未出版)。
- 杜建台(1996)。國小中高年級學童「小數概念」理解之研究。台中：國立台中師範學院國民教育研究所碩士論文(未出版)。
- 邱顯場(1998)。國小兒童小數解題活動類型：一個五年級兒童的個案研究。嘉義：國立嘉義師範學院國民教育研究所碩士論文(未出版)。
- 周筱亭(1990)。電子電算器對於國民小學小數運算學習之影響。《國教學報》，3，273-295。
- 高敬文(1996)。質化研究方法論。台北：師大書苑。
- 陳永峰(1998)。國小六年級學童小數知識之研究。屏東：國立屏東師範學院國民教育研究所碩士論文(未出版)。
- 教育部(1993)。國民小學課程標準。台北：台捷。
- 黃瑞琴(1991)。質的教育研究方法。台北：心理。

- 劉祥通(1994)。整合電子電算器於小學數學教育的探究。《嘉義師院學報》，8，313-336。
- 劉曼麗(1996)。師院生的小數知識。載於甯自強主編。《八十四學年度數學教育研討會論文暨會議實錄彙編》(頁 237-246)。嘉義：國立嘉義師範學院。
- 劉曼麗(1998)。小數教材的處理。載於甯自強主編。《八十六學年度數學教育研討會論文暨會議實錄彙編》(頁 183-200)。嘉義：國立嘉義師範學院。

外文部分

- Beardslee, E. C. (1978). Teaching computational skills with a calculator. In M. N. Suydam (Ed.), *Developing computational skills*, (pp.226-241). Reston, VA : National Council of Teachers of Mathematics.
- Erickson, F.(1986). Qualitative methods in research on teaching. In Wittrock(Ed.), *Handbook of research on teaching*(pp. 119-161). NY : Macmillan.
- Guba, E. G. & Lincoln, Y. S.(1981). *Effective evaluation: Improving the usefulness of evaluation results through responsive and naturalistic approaches*. San Francisco: Jossey-Bass.
- Hiebert, J., & Wearne, D. (1983). *Student's conceptions of decimal number*. Paper presented at annual meeting of the American Educational Research Association, Montreal.(ERIC Document Reproduction Service No.230 415)
- Manly, M. (1997). Calculators in the ABE/GED classroom: Gift or curse? *Adult Learning*, 9, 16-17.
- National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics* (2nd ed.). Reston, VA: NCTM.
- National Council of Teachers of Mathematics(2000). *Standards and principles for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- Nesher, P., & Peled, I. (1986). Shifts in reasoning: The case of extending number concepts. *Educational Studies in Mathematics*, 17(1), 67-79.
- Patton, M. Q. (1990). *Humanistic psychology and qualitative research: Shared principles and processes*. Person-Centered Review, Spring.
- Resnick, L. B., Nesher, P., Leonard, F., Magone, M., Omanson, S., & Peled, I. (1989).

- Conceptual bases of arithmetic error: The case of decimal fractions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20(1), 8-27.
- Sackur-Grisvard, C., & Leonard, F. (1985). Intermediate cognitive organizations in the process of learning a mathematical concept: The order of positive decimal numbers. *Cognition and Instruction*, 2(2), 157-174.
- School Science and Mathematics Association(1996). NCTM position statement. *School Science and Mathematics*, 96(1), 45.
- van den Brink, J. (1988). *Calculators in primary education*. Paper presented at the annual conference of the international group for the psychology of mathematics education. Volume 1: Individual Contribution, 1-4. (ERIC Document Reproduction Service No.411 130).
- Wheatley, G. H., & Shumway, R. (1992). The potential for calculators to transform elementary school mathematics. In J. T. Fey & C. R. Hirsch (Eds.), *Calculators in mathematics education*, (pp. 1-8). Reston, VA: NCTM.

The Effects of Calculator Teaching Activities to Decimal Comparison—Case Study from a Sixth Grader

Shiang-tung Liu , Yi-ching Weng , Mei-zung Wu

Abstract

This study was to explore the effects of using calculator in learning decimal numbers. The subject of this study was a sixth grader who had misconception of 「fraction rule」 in comparing the largeness of decimal numbers. The author adopted semi-structured interview to conduct this study. The teaching treatment was using the calculator to do 「repeated adding / subtracting 0.01」 and 「multiplying 10 or dividing 10」 activities. The results showed calculator-teaching activities benefited for this study subject. That is, he had overcome his original misconception after calculator-teaching activities treatment.

Key words: decimal comparison, case study, calculator teaching activities