

試題關聯結構分析法在探討資賦 優異學生梯形面積測量概念上之應用

楊 秀 倩

員林國小資優班教師

陳 進 春

許 天 維

敏惠醫護管理專科學校副教授

台中教育大學教育測驗統計所教授

摘 要

本研究之目的在於應用試題關聯結構分析法，來瞭解國小高年級資賦優異學生「梯形面積測量概念」之結構及探討五、六年級資賦優異學生在其間的差異如何？以為應用上之試金石，並提供從事資優教育者參考。本研究並立意選取彰化縣員林國小五、六年級各一班之資賦優異學生為研究對象，使用試題編製技術，建立梯形面積測驗的研究工具，並於進行施測後，再透過試題關聯結構分析法，繪製具有上、下位概念的結構關係。主要結果發現：

- (一) 五、六年級資優生梯形面積測量概念的關聯結構圖都分成二個分支系列和一個獨立系列，兩年級頗為一致。
- (二) 第一個系列為「1 格 1 平方公分為單位量，單位數的點數、合成，其中包含整數格、 $1/2$ 格、 $1/4$ 格的概念」為下位概念，「單位數的點數、合成，其中包含整數格、 $1/2$ 格、三個格為 1 平方公分的概念」為上位概念。
- (三) 第二個系列為「單位數的點數是外圍的長方形減去二個直角梯形的互補關係」為下位概念，「單位數的點數是外圍等腰直角三角形，減去各一個直角梯形和直角三角形的互補關係」為上位概念。
- (四) 「1 格 4 平方公分為單位量，單位數的點數、合成概念」是獨立的，和「1 格 1 平方公分為單位量，單位數的點數、合成概念」沒有任何連結關係。
- (五) 五、六年級資優生梯形面積測量概念的學習成效，頗具穩定性，較不受時間間隔的影響。

關鍵詞：梯形面積測量概念、資賦優異學生、試題關聯結構分析法

壹、緒 論

一、研究動機

國小數學課程包含了數、量、形三大部份，面積是封閉曲線形底下量的感覺，牽涉幾何的「形」到「量」的認知過程，因此面積在數學課程中是屬於重要課題之一。資賦優異學生的認知特質涵括知識豐富、記憶力和學習能力強、知覺敏銳、獨立及好問，有良好的運思技巧和高度理解力及統整不同訊息的能力，因此資賦優異學生在建構面積概念時會有何序列性結構，是資優教學者所關心的課題。而國內有關面積的研究對象大多是國小中、高年級的普通班學生（王欽麟，2001；王勝弘，2002；王選發，2002；林育柔，2002；戴政吉，2001），而針對資賦優異學生面積概念的研究則較少人探討。其次，圖形面積的整合概念中，梯形是一般形，三角形可視為上底為 0 的梯形，而長方形、平行四邊形則可視為上下底等長的梯形，在這種看法下，上述各圖形的公式，其實是互通的（教育部，2000）。而瞭解一般圖形（梯形）面積的概念，應該則能瞭解特殊圖形（長方形、平行四邊形、三角形）的面積概念，基於此邏輯性及上述的原因，因此選定梯形面積測量概念為主題，來探討資賦優異學生的此面積概念結構。

由於兒童內在的概念不易顯現，惟有透過紙筆測驗的方式，才能簡單的藉由兒童所表現出的外顯答題反應組型來分析與推測其內在的概念結構，因此本研究採用紙筆測驗的方式來進行。然而紙筆測驗的結果，需藉由適當的資料分析工具來闡釋兒童答題反應所呈現的訊息，因此採用日本學者竹谷 誠（1991）的「試題關聯結構分析法」（item relation structure analysis），簡稱 IRS 分析法，來分析資賦優異學生梯形面積測量概念結構。瞭解資賦優異學生的面積概念結構，資優教育的課程設計與教學安排，若能依據面積概念結構來進行，使資賦優異學生能按照其順序性學習，應更能激發資賦優異學生的潛能，發展其數學才能。

二、研究目的

基於上述動機，本研究之目的在於：

- （一）應用試題關聯結構分析法，瞭解國小高年級資賦優異學生梯形面積測量概念結構。
- （二）應用試題關聯結構分析法，探討國小五、六年級資賦優異學生梯形面積測

量概念結構的差異性。

三、名詞釋義

(一) 試題關聯結構分析法

本研究中之試題關聯結構分析係指由日本學者竹谷 誠（1991）所提出，用以分析試題的關聯結構。對於依照不同概念所擬出的試題，統計學生各試題的答對率，答對率高為下位概念，答對率低為上位概念，並且按照題目彼此間學生反應所得的順序性關係，製成具有指向性的圖形結構來分析試題的特性，此種方法稱之試題關聯結構分析法（許天維，1995）。而此分析法著重於小群體如一個班級之規模的結構圖來研究。

(二) 資賦優異學生

本研究所指資賦優異學生是指在記憶、理解、分析、綜合、推理、評鑑等方面較同年齡具有卓越潛能或傑出表現者，其認知特質涵括知識豐富、記憶力和學習能力強、知覺敏銳、獨立及好問，有良好的運思技巧和高度理解力及統整不同訊息的能力。本研究在以下的敘述中，資賦優異生簡稱資優生。其鑑定標準（教育部，2002）如下：

1. 智力或綜合性向測驗得分在平均數正一點五個標準差或百分等級九十三以上者。
2. 專家學者、指導教師或家長觀察推薦，並檢驗學習特質與表現等有優秀具體資料者。

(三) 梯形面積測量概念

面積是指某一封閉二維區域的大小，亦即表示對此一特定區域被數個單位量所覆蓋的程度。此時的覆蓋活動包含二個條件：1.面積是有周界的，故覆蓋物不能超過給定的邊界。2.面積是從一維到二維掃描的結果，故覆蓋物不能重疊。梯形面積即指梯形所封閉之二維區域的大小。而本研究之梯形面積測量概念即指學童透過點數、分解及合成的活動或甚至於包括逆向邏輯互補的思考來算出面積大小的基本面積測量概念。

貳、文獻探討

一、兒童的面積概念

根據 82 年版課程標準之「量與實測」領域教材的架構理念，研究者認為面積教材

上的架構理念是由面積的工具與對面積視覺的量現象的掌握齊頭入門，而教材上的發展則依據測量活動對面積視覺量現象的掌握的有效程度加以序列。具體言之，教材上的發展先後可以細分為如下的幾個階段：

1、面積的初步概念

1-1 面積的認識：是指透過具體活動使兒童知道面積在量什麼？

1-2 面積的直接比較：是指使兒童經由直接比對面積的同類量，能描述比較的結果。

1-3 使用以一平方公分的百格板為面積刻度單位的工具：是指使兒童經由直接比對面積的同類量後，能描述百格板的平方公分數。

2、面積的間接比較

2-1 面積的間接比較。

2-2 面積的個別單位比較與實測。

3、面積的普遍比較

3-1 認識面積普遍單位量的意義。

3-2 以一個面積普遍單位量為單位，進行實測與估測的活動。

4、面積的測量單位制度概念

4-1 認識面積高低階普遍單位量的關係。

4-2 面積高低階普遍單位量的化聚。

5、面積的測量公式概念

5-1 認識平面圖形面積的求法。

5-2 平面圖形面積的求法公式的應用。

康軒數學課本第九冊（康軒文教事業，2001）和部編數學課本第十冊（教育部，2001）根據上述面積教材設計的原則編製，因此兩者的教材均呈現出，國小高年級在建立兒童梯形面積概念時，提供了四個活動---點數活動、分解活動、上底下底與高的命名及畫法活動和建構梯形面積公式意義的活動。

二、兒童的梯形面積測量概念

在有格子的圖形上，學生從整數格的點數到非整數格的點數，使其經驗到分解、合成和互補關係等經驗。如圖 2-1 所示，欲在給定的平方單位的方格內點數單位面積的個數。若一格的面積表示一個平方單位，則 1、若斜線部分是整數格，則此可透過視覺

直接點數較容易，如甲圖斜線部分的面積為 3 平方單位。2、若斜線部分非整數格，即形成面積的補償關係，則（1）兒童可透過點數及合成的活動算出面積的大小，如乙圖為 1 個一格和 2 個半格，所以斜線部分的面積為 2 平方單位。（2）兒童可透過點數、分解及合成的活動算出面積的大小，如丙圖分解成 a、b、c、d 四部份，a 是一平方單位的一半，b 是二平方單位的一半，c 是四平方單位的一半，d 是二平方單位的一半，所以丙圖斜線部分的面積為 4.5 平方單位。（3）丁圖斜線面積只透過分解活動不易求出，可用全部九平方單位減去空白部分 e、f 的面積，即 9 平方單位減去 1.5 平方單位和 2 平方單位，所以丁圖斜線面積為 5.5 平方單位。兒童在求算甲圖、乙圖、丙圖、丁圖的斜線面積時，所採取點數活動的層次不一樣，丙圖是屬於高層次的點數活動，丁圖則包括逆向邏輯思考的互補關係。

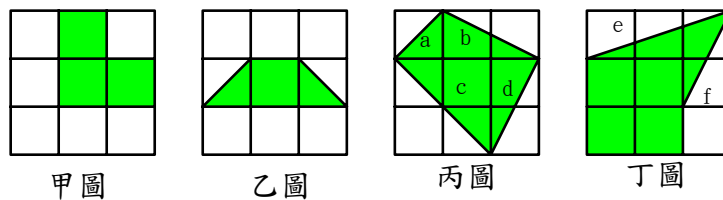


圖 2-1. 給定平方單位的方格內點數單位面積的個數

國外學者 Lasaracina & White (1999) 研究發現，老師呈現有格子的梯形圖形，而學童解決梯形面積的方法呈現下列三種不同的解題策略：

第一位學童解題策略：點數活動，完整的方格有 28 格，半格的有 8 個等於 4 個完整方格，所以梯形的面積為 32 平方單位。

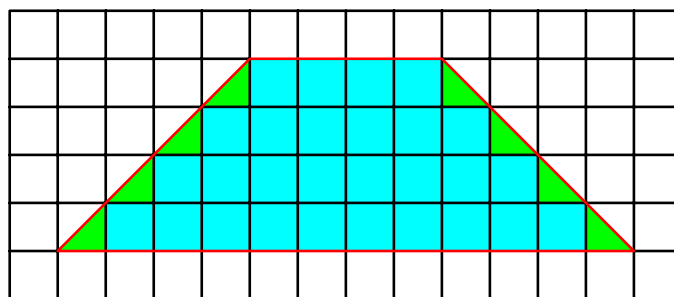


圖 2-2. 點數策略求梯形面積

第二位學童的解題策略：分解活動，把梯形分解成三部份，兩側的三角形可以合成一個正方形，所以梯形的面積就是二個 4×4 正方形的面積，為 32 平方單位。

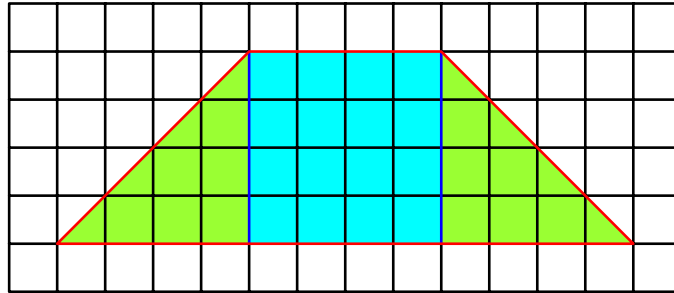


圖 2-3. 分解、合成策略求梯形面積

第三位學童的解題策略：分解活動和點數活動，把梯形垂直的切開為原來的一半，半格當作 1，完整的方格當作 2，只數一半的梯形，所以梯形的面積共有 32 平方單位。

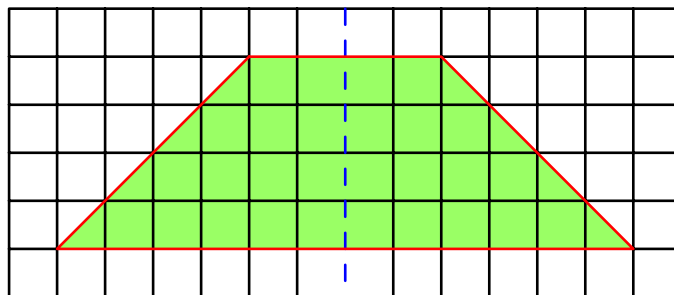


圖 2-4. 分解、點數策略求梯形面積

三、試題關聯結構分析法

美國學者 P.W. Airasian 和 W.M. Bart 首先揭開了次序理論 (ordering theory) 在教育工學上的應用。其後日本學者竹谷 誠致力於改良次序理論的缺點，在 1980 年代，竹谷 誠教授提出以測驗試題的結果，按題目彼此間反應所得的順序性關係，製成具有指向性的圖形結構來分析試題的特性。此種方法稱之試題關聯結構分析法。茲將此分析法簡述於後：

(一) 試題關聯結構順序性係數

試題之間的順序程度，用順序性係數來表示，順序性序數的求法，說明如下：假設 A.B.C.D 分別表示如下的意義：

- A：試題 i 與試題 j 均答對的人數
- B：試題 i 答對而試題 j 答錯的人數
- C：試題 i 答錯而試題 j 答對的人數
- D：試題 i 與試題 j 均答錯的人數

又設 $N=A+B+C+D$ ，假設試題 i 與試題 j 答對與答錯的情形如表 2-1：

表 2-1

試題 i 與試題 j 答對與答錯的人數統計表

試題 i \ 試題 j	答對 (1)	答錯 (0)	總計
答對 (1)	A	B	A+B
答錯 (0)	C	D	C+D
總計	A+C	B+D	N (A+B+C+D)

則試題關聯結構順序性係數 r_{ij}^* 表示如下：(許天維，1996)

$$r_{ij}^* = 1 - \frac{CN}{(A+C)(C+D)}$$

順序性係數 r_{ij}^* 表示試題 i 指向試題 j 的順序性程度，亦即「相對而言，試題 i 為下位概念 (lower concept)，試題 j 為上位概念 (upper concept)」。順序性係數是一個數值，若此數值超過閾值，則表示順序性存在，反之則否。根據竹谷 誠 (1991) 的研究，此閾值為 0.5，亦即

$$r_{ij}^* < 0.5, \text{ 則試題 } i \text{ 及試題 } j \text{ 沒有順序關係}$$

$$r_{ij}^* \geq 0.5, \text{ 則有試題 } i \text{ 指向試題 } j \text{ 之順序關係}$$

如此，根據試題間之順序性係數，整理出所有試題兩兩之間是否有順序關係。

(二) 試題關聯結構圖的繪製

圖形的繪製，處理的過程簡述如下：

- 1、試題關聯結構圖的縱軸代表學生對某試題的通過率，通過率高的在下面，低的在上面。通過率=答對人數÷全部人數。
- 2、試題順序性係數表中，若有係數大或等於 0.5，則繪出從「縱座標的試題題號至「橫座標的試題題號」的指向箭頭。
- 3、簡化試題關聯結構圖。若試題 i 有指向試題 j 的順序關係 (i → j)，試題 j 有指向試題 k 的順序關係(j → k)，則找出試題 i 指向試題 k 的順序關係(i → k) 為遞移指向，並加以刪除。
- 4、若 i → j 且 j → i，則稱試題 i 與 j 等價。將等價的試題合併，即得到試題關聯結構圖。

(三) 試題關聯結構分析法的功能

許天維 (1995) 指出試題關聯結構分析法有下列五種功能：

1. 教學設計：

在單元教學活動前，教師可以將欲進行的課程內容的先前經驗概念，作一知識結構分析後，再依結構所對應的知識概念分別出題，並加以施測，所得的結果以「試題關聯結構分析法」進行分析，可以考驗出學先前經驗概念不足之處，從而想像出未來指導時的困難所在，以為進行設計教學歷程的參考。

2. 形成性評量 (formative evaluation)：

在單元教學活動後，欲知班上學習結果，可以利用知識結構分析出題，編製形成性評量，再加以施測，所得的結果以「試題關聯結構分析法」進行分析，就可以知道學童學習後的知識結構，以便對學童不清楚之處，加強補救教學。

3. 認知學習構造：

形成性評量的反應結果，亦可利用佐藤 S·P 表獲得注意係數，從而偵測出異質性學童，此類學童所畫出結構圖與班上的結構圖可以互相比較，即可知道此類學童異質的原因，從而加強輔導教學。

4. 概念形成過程：

對縱貫研究 (longitudinal study) 而言，學童概念的形成過程有層次之分，例如山田完對教師進行評定學童設有四層次，即操作經驗層次、知學內化層次、言語抽象層次、因果論理層次。如果以此四層次來評定各年級班上學生的形成過程，並建立各年級的結構圖，即可知學生的概念形成過程的發展。對橫斷研究而言，亦可知班上學生的概念形成過程的分布。

5.課程教材構造：

由母群體隨機抽出樣本進行考驗後，透過「試題關聯結構分析法」進行構圖，可得一般學童的學習結構，對教科書編者而言，是貴重的資料。

郭伯臣和田聖才（1995）研究指出，藉由 IRSP1 的分析結果，可以了解能力由低到高的學生，試題間結構變化的情形，進一步了解其學習的發展過程。陳敏華（1998）亦研究指出，利用試題關聯結構分析法，可以獲得全體受測學生的學習結構圖，利用知識結構來分析而形成試題，也能從試題關聯結構結構圖獲得相關的訊息，對先前提出的概念模型作部份修正。盧銘法（1996）的研究也發現，利用試題關聯結構分析法可以把原來 Van Hiele 的幾何發展水準再細分出結構層次。黃盈君（2001）的研究也指出，利用試題關聯結構分析法，獲得學生三角形圖形的概念結構，也發現不同性別學生概念結構大致相同。以上這些研究說明了試題關聯結構分析法實際應用的功能。

四、與面積測量概念有關的研究

譚寧君（1998）研究發現，國小五、六年級學生普遍均能解決單位量為 1 格而單位量個數為整數格的問題，但對其他變化情形如四分之一單位分數格、單位量為多格時，則通過率降低二至三成。

王選發（2002）研究亦發現，國小六年級學生在測量圖形面積時普遍有以下的迷思概念：在提供單位方格的情境，對於單位個數的點數與合成，部分學童會將圖形未滿一格的部分，不論大小一律視為半格來計算。也有不少學童未能掌握所給單位量的大小，將每一單位方格均視為 1 平方公分來計算面積。

戴政吉（2001）研究亦指出，有些國小四年級學生在點數圖形面積時，會將未滿一格的圖形當作是一格，有些會將未滿一格的圖形省略不計。

林育柔（2002）研究也指出，國小四年級學童高能力的受試者在面積測量概念上表現相當良好，而中、低能力受試者，在課堂上教師則應給予學童多次「面積覆蓋活動」的經驗，使其能掌握面積的個別單位，此時面積測量概念才足以形成。

參、研究方法與程序

一、研究對象

本研究的目的是在於探討資賦優異學生梯形面積的測量概念結構，因此本研究乃立意選取彰化縣某國民小學五、六年級資優班的學生為研究對象。五年級資優班學生是民國 88 年由彰化縣特殊教育鑑定暨就學輔導委員會，評鑑選取 30 名，目前在籍人數 27 人。六年級資優班學生是民國 87 年由彰化縣特殊教育鑑定暨就學輔導委員會，評鑑選取 30 名，目前在籍人數 26 人，如表 3-1 所示。

表 3-1

本研究對象資賦優異學生人數表

九十一學年度	男生人數	女生人數	全班總人數	施測時與梯形面積教學的時間間隔
五年級資優班	11	16	27	剛接受過梯形面積教學
六年級資優班	11	7	26	經過梯形面積教學一年後

二、研究工具

本研究使用的工具為自編梯形面積測量概念測驗，茲就其試題內容及測驗之效度與信度，分別說明如下：

(一) 試題內容

試題內容乃參考文獻探討中面積概念的題目、現行國小的數學教材以及教師手冊內容編製而成。試題的編製符合分別由郭生玉（1995）、Osterlind（1998）和 Haladyna（1999）所提的「選擇題命題指導原則」及單選選擇題試題題本檢核表的要項。根據上述測驗編製的內容、原則和方法，筆者編製一份高年級梯形面積測量概念的測驗。原測驗共 25 題，因限於篇幅，本文只擷取其中 4 題以為論述。

(二) 測驗效度

1. 內容效度

在編製本測驗之初，筆者曾就課程中之教材內容及其行為目標予以分析，進而使兩者適切結合而成編製梯形面積測量概念測驗的試題雙向細目表(two-way specification table)，作為命題之依據。行為目標乃依照一般的認知行為目標，分為知識、理解、應用、分析、綜合與評鑑等六個層次。

2. 專家效度

本測驗除注重內容效度外，並於測驗初稿完成後，曾諮詢 2 位專精國小數學教材與測驗的教育大學教授和 3 位國民教育研究所畢業且具教學經驗 10 年以上的現職國小教師及 3 位數學教育研究所教學碩士班的現職國小教師，請其提供有關測驗的修正意見。

(三) 測驗信度

本測驗的信度採 Cronbach α 信度， $\alpha = \frac{I}{I-1} \left(1 - \frac{\sum S_i^2}{S^2} \right)$ ，其中 I 為測驗所包括之題數、 S_i^2 為每一個題目分數的變異數， S^2 為測驗總分的變異數（陳英豪、吳裕益，1998）。郭生玉（1995）提到影響信度的因素之一為團體的變量，團體的變量（異質性）越大，其信度越高。相對於普通班，資優班的學生為同質性高的團體，同一份測驗資優班的信度會比普通班低，因此研究者認為本測驗以 spss8.0 所得的 α 信度為 0.5761，有一定的可信度。

三、實施程序

本研究的實施程序依下列步驟謹慎進行，首先搜集並閱讀有關理論文獻，作為研究之理論背景及參考依據並擬定研究主題，然後著手編製梯形面積測量概念之筆紙測驗試題並請專家學者針對試題內容提出建議及針對試題作內部一致性信度考驗，然後並立意選取彰化縣某國民小學五、六年級資優班學生各一班為研究對象並加以施測。再將所得資料加以整理並利用必要的統計分析方法及應用軟體加以統計分析，並獲致若干結論及提出建議。

四、資料處理

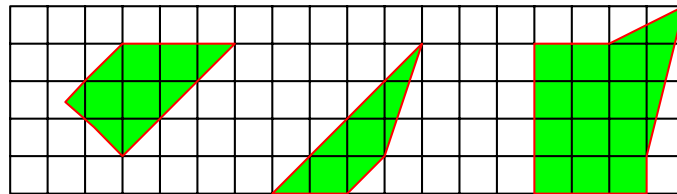
本研究主要採取量化研究的分析方式來探討資賦優異兒童對梯形面積的測量概念結構，茲將施測所得資料所作之處理，敘述如下：

- (一) 利用 SPSS 8.0 for Window 做出整份測驗的信度。
- (二) 利用 Excel 套裝軟體來分析測驗資料中每個题目的通過率。
- (三) 利用 IOSP（郭伯臣等人，1995）軟體求出各試題間的關聯順序性係數，並繪出試題關聯結構圖。
- (四) 利用 Flash 軟體，將試題關聯結構圖以更美觀清楚的方式呈現。

肆、分析與討論

一、梯形面積測量概念題目分析

下面的第 1、2、3 三題中，請參考下圖來作答，下圖中一個方格的面積是 1 平方公分。

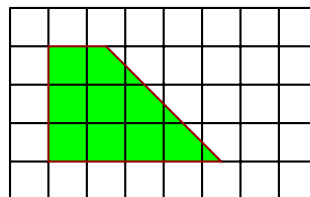


甲圖

乙圖

丙圖

- () 1、請問甲圖的面積是多少平方公分？
- (1) 6.75 平方公分
 - (2) 7 平方公分
 - (3) 5 平方公分
 - (4) 7.5 平方公分
- () 2、請問乙圖的面積是多少平方公分？
- (1) 5.5 平方公分
 - (2) 6 平方公分
 - (3) 5 平方公分
 - (4) 4.5 平方公分
- () 3、請問丙圖的面積是多少平方公分？
- (1) 14 平方公分
 - (2) 15 平方公分
 - (3) 14.5 平方公分
 - (4) 15.5 平方公分
- () 4、假如下面的方格中，一個方格的面積是 4 平方公分，斜線圖形的面積是多少平方公分？
- (1) 9 平方公分
 - (2) 18 平方公分
 - (3) 36 平方公分
 - (4) 42 平方公分



題(1)(2)(3)(4)四題為單位個數的點數，是以整數格為給定單位量，且提供格子。題(1)(2)(3)是1格1平方公分為單位量，三題的差異在於題(1)單位個數的點數包含整數格、 $1/2$ 格、 $1/4$ 格，題(2)單位個數的點數包含整數格、 $1/2$ 格、三格為1平方公分，題(2)也可以採用出入相補原理來解題，即將乙圖外圍等腰直角三角形，減去空白的直角梯形和直角三角形的方式來解題。題(3)為逆向邏輯思考的互補關係，如果只透過分解點數活動不易求出，必須將丙圖外圍 4×5 格的長方形，減去二個空白的直角梯形的方式較容易解題，此單位個數的點數是以全部減去空白的互補關係。題(4)是1格4平方公分為單位量，進行單位量個數的點數、分解與合成，目的在檢測學生對於單位量的掌握與察覺單位量變異的能力。

二、五年級資優生梯形面積測量概念結構分析

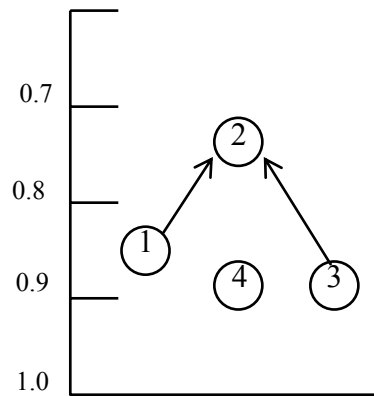


圖 4-1. 五年級組梯形面積測量概念關聯結構圖

(一) 從縱向分析

五年級組資優生梯形面積測量概念關聯結構圖分別說明如下，

1. 題(1) → 題(2)，表示1格1平方公分為單位量，單位量個數的點數、合成包含整數格、 $1/2$ 格、 $1/4$ 格的概念《1》為下位概念，而單位量個數的點數、合成包含整數格、 $1/2$ 格、三個格為1平方公分的概念《2》為上位概念。其主要原因是題(2)單位量個數的點數、合成包含三個格為1平方公分的概念是較難的。
2. 題(3) → 題(2)，1格1平方公分為單位量，單位量個數的點數是外圍的長方形減去二個空白的直角梯形的互補關係《3》為下位概念，而單位量個數的點數是外

圍等腰直角三角形減去空白的直角梯形和直角三角形的互補關係《2》為上位概念。其主要原因是外圍圖形因素，題（3）是長方形，題（2）是等腰直角三角形。

3. 題（4）是獨立的和題（1）（2）（3）沒有任何連結。表示1格4平方公分為單位量，單位量個數的點數、合成概念《4》是獨立的，和1格1平方公分為單位量的其它三個概念沒有任何連結。

（二）從橫向分析

1. 題（1）是以1格1平方公分為單位量，單位量個數的點數、合成包含整數格、 $1/2$ 格、 $1/4$ 格的概念，通過率為85%和題（3）是以1格1平方公分為單位量，單位量個數的點數是全部減去空白的互補關係，過通率為89%及題（4）是以1格4平方公分為單位量，單位量個數的點數、合成概念，過通率為89%。對於五年級資優生而言，這三個概念為簡單的概念。
2. 題（2）是單位量個數的點數、合成活動，其中三格為1平方公分，對五年級資優生而言，算是高層次的點數活動。因此1格1平方公分為單位量，單位量個數的點數、合成包含整數格、 $1/2$ 格、三格為1平方公分的概念，通過率只有78%，屬於稍有難度概念。

三、六年級資優生梯形面積測量概念結構分析

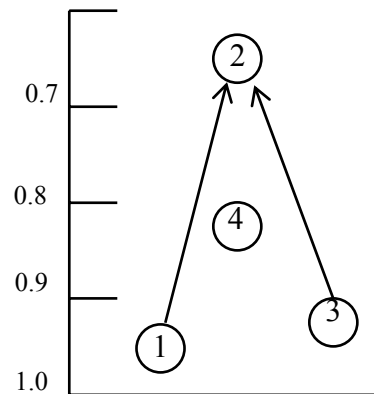


圖4-2. 六年級組梯形面積測量概念關聯結構圖

（一）從縱向分析

六年級組梯形面積測量概念關聯結構圖分別說明如下，

1. 題(1)→題(2)，表示1格1平方公分為單位量，單位量個數的點數、合成包含整數格、 $1/2$ 格、 $1/4$ 格的概念《1》為下位概念，而單位量個數的點數、合成包含整數格、 $1/2$ 格、三個格為1平方公分的概念《2》為上位概念。可知單位量個數的點數、合成包含三個格為1平方公分的概念是較難的。
2. 題(3)→題(2)，1格1平方公分為單位量，單位量個數的點數是外圍的長方等腰直角三角形，減去空白的直角梯形和直角三角形互補關係《2》為上位概念。其主要原因是外圍圖形因素，一個是長方形，另一個是等腰直角三角形。
3. 題(4)是獨立的和題(1)(2)(3)沒有任何連結。表示1格4平方公分為單位量，單位量個數的點數、合成概念《4》是獨立的，和1格1平方公分為單位量的其它三個概念沒有任何連結。

(二) 從橫向分析

1. 題(1)是1格1平方公分為單位量，單位量個數的點數、合成包含整數格、 $1/2$ 格、 $1/4$ 格的概念，通過率為96%，對於六年級資優生而言，為簡單的概念。
2. 題(3)是1格1平方公分為單位量，單位量個數的點數是全部減去空白的互補關係，過通率為92%，和題(4)是1格4平方公分為單位量，單位量個數的點數、合成概念，過通率為81%，對於六年級學生而言，為基本的概念。
3. 題(2)是單位量個數的點數、合成活動，其中三格為1平方公分，對六年級學生而言，算是高層次的點數活動。因此1格1平方公分為單位量，單位量個數的點數、合成包含整數格、 $1/2$ 格、三格為1平方公分的概念通過率只有65%，屬於有難度概念。

四、探討分析五、六年級資優生梯形面積測量概念結構之差異

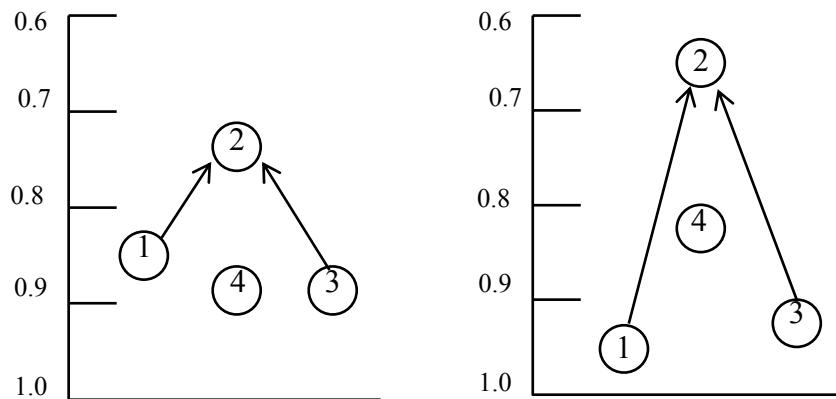


圖 4-3. 五、六年級組梯形面積測量概念關聯結構圖

(一) 相似性：關聯結構圖從縱向來看，五、六年級的結構圖很類似，有順序性的為題(1)→題(2)，題(3)→題(2)，表示五、六年級學生1格1平方公分為單位量，單位量個數的點數、合成包含整數格、 $1/2$ 格、三個格為1平方公分的概念《2》，均同為1格1平方公分為單位量，單位量個數的點數、合成包含整數格、 $1/2$ 格、 $1/4$ 格的概念《1》和1格1平方公分為單位量，單位量個數的點數是外圍的長方形扣除二個空白的直角梯形的互補關係概念《3》的上位概念。題(4)是獨立的和題(1)

(2)(3)沒有任何連結，表示1格1平方公分為單位量，單位量個數的點數、合成概念，和1格4平方公分為單位量，單位量個數的點數、合成概念是沒有關聯性。題(1)和題(3)沒有連結性，表示五、六年級資優生在單位量個數直接點數、合成概念，和單位量個數的點數是全部減去空白的互補關係是沒有關聯性。

(二) 相異性：關聯結構圖從橫向分析，1格1平方公分為單位量，單位量個數的點數、合成包含整數格、 $1/2$ 格、 $1/4$ 格的概念《1》以及單位量個數的點數、合成活動，其中三格為1平方公分的概念《2》，對於五、六年級資優生之通過率差異較大。

五、茲就上述之分析並參考研究文獻所得，將研究結果討論如下：

(一) 關聯結構圖從縱向看，五、六年級的結構圖很類似，橫向看，除了題(1)以外，題(2)(3)(4)通過率很接近，表示五六年級的學生在梯形面積測量概念上具有穩定性，受到教學間隔時間的影響較小。

(二) 題(3)為逆向邏輯思考的互補關係，如果只透過分解點數活動不易求出，所以將外圍的長方形，扣除二個空白的直角梯形，單位個數的點數是全部減去空白的互補關係，五、六年級資優生在此題的通過率分別為89%、92%。王選發(2002)的研究中，單位個數點數合成的題目，外圍是長方形扣除二個空白的直角三角形，六年級學生在此題的通過率為55.3%。顯示五、六年級資優生在此題的通過率高出六年級學生許多。

伍、結論與建議

一、結論

- (一) 五、六年級資優生梯形面積測量概念的關聯結構圖都分成二個分支系列和一個獨立系列，頗為一致。
- (二) 第一個系列為「1 格 1 平方公分為單位量，單位量個數的點數、合成包含整數格、二分之一格、四分之一格的概念」為下位概念，「單位量個數的點數、合成包含整數格、二分之一格、三個格為 1 平方公分的概念」為上位概念。
- (三) 第二個系列為「單位量個數的點數是外圍的長方形減去二個空白的直角梯形的互補關係」為下位概念，「單位量個數的點數是外圍等腰直角三角形，減去空白的直角梯形和直角三角形的互補關係」為上位概念。
- (四) 「1 格 4 平方公分為單位量，單位量個數的點數、合成概念」是獨立的，和「1 格 1 平方公分為單位量，單位量個數的點數、合成概念」沒有任何連結關係。
- (五) 五、六年級資優生梯形面積測量概念的學習成效頗具穩定性，較不受時間間隔的影響。

二、建議

- (一) 資優教育充實課程設計與教學安排宜參考資優生的概念結構資優教育充實課程宜參考資優生的概念結構設計，補救一般課程無法針對對資優生設計不足之處。另外，教師依循資優生的概念結構來進行教學活動，可使資優生的學習循序漸進，不致於基本的概念都未弄清楚之前就先教有點難度的概念而使學習效果變差。
- (二) 針對上位且通過率低的概念，即對學生而言較難之概念，宜加強教學或予補救教學。如 1 格 1 平方公分為單位量，單位量個數的點數、合成包含整數格、1/2 格、三格為 1 平方公分的概念通過率均低，屬於有難度概念。

參考文獻

中文部份

王欽麟 (2001)。多元文化族群國小四年級學童長度與面積保留概念之比較研究。未出

- 版之碩士論文，國立屏東師範學院數理教育研究所，屏東。
- 王選發（2002）。國小六年級學童面積學習之研究。未出版之碩士論文，國立台中師範學院數學教育研究所，台中。
- 王勝弘（2002）。國小學童面積測量公式概念形成歷程之研究。未出版之碩士學位班論文，國立台南師範學院教師在職進修數學碩士學位班，台南。
- 林育柔（2002）。試題選項特徵曲線分析法—在「國小中年級面積概念」的應用。未出版之碩士論文，國立台中師範學院教育測驗統計研究所，台中。
- 教育部（2000）。國小數學教材分析—面積。教育部台灣省國民學校教師研習會出版。
- 教育部（2001）。國民中小學九年一貫課程第一學習階段暫行綱要。台北：教育部。
- 教育部（2002）。身心障礙及資賦優異學生鑑定標準。台北：教育部。
- 康軒文教事業（2001）。國民小學數學科第九冊課本、習作及教學指引。台北：康軒文教事業股份有限公司。
- 許天維（1995）。數學試題分析法—以「八十一學年度國民教育階段國小數科學生基本學習成就評量」的分析為例。高雄：大漢唐有限公司。
- 許天維（1996）。試題關聯結構分析法及其在國小數學科教學上的應用。國立台中師範學院「新式評量分析法在國小教學上的應用」研習手冊，77-93。台中師院教育測驗評量與統計方法研究發展中心。
- 郭生玉（1995）。心理與教育研究法。台北：精華書局。
- 郭伯臣、田聖才（1995）。IOSP：試題順序結構分析程式。台中。
- 陳英豪、吳裕益（1998）。測驗與評量。高雄：復文圖書出版社。
- 陳敏華（1998）。國小六年級兒童比和比例概念初探。未出版之碩士論文，國立台中師範學院國民教育研究所，台中。
- 黃盈君（2001）。國小五年級學生三角形圖形概念之分析研究。未出版之碩士論文，國立台中師範學院數學教育研究所，台中。
- 盧銘法（1996）。國小中高年級學生幾何概念之分析研究—以 van Hiele 幾何發展水準與試題關聯結構分析法為探討基礎。未出版之碩士論文，國立台中師範學院國民教育研究所，台中。
- 戴政吉（2001）。國小四年級學童長度與面積迷思概念之研究。未出版之碩士論文，國立屏東師範學院數理教育研究所，屏東。
- 譚寧君（1998）。國小兒童面積迷思概念分析研究。國立台北師範學院學報，11，573-602。

外文部份

- Haladyna, T. M. (1999). *Developing and validating multiple-choice test items* (2nd ed.). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Lasaracina, B.A., & White, S. K. (1999). The Restless Rectangle and the Transforming Trapezoid. *Teaching Children Mathematics*, 5(6), 336-337, 366.
- Osterlind, S. J. (1998). *Constructing test items multiple-choice, Constructed-response, performance and other formats*. Boston, MA.: Kluwer Academic Publishers.
- 竹谷 誠 (1991)。新・テスト理論。東京：早稻田大學出版部。

文稿收件：2005 年 11 月 16 日

文稿修改：2006 年 01 月 05 日

接受刊登：2006 年 02 月 15 日

The Application of Item Relation Structure Analysis on Studying the Measurement Concept of Trapezoid Area of Gifted Students

Show-Chan Yang

Teacher, Yan-Lin Elementary school

Chin-Chun Chen

**Associate Professor,
Min-Hwei Health Care College**

Tian-Wei Sheu

**Professor,
Graduate Institute of
Educational
Measurement and Statistics**

Abstract

The purpose of this study is to understand the structure of the “trapezoid area measurement concept” of gifted students and to analyze the differences between gifted fifth and sixth grade students by using “item relation structure analysis.” This study selects two classes respectively from ZhangHua elementary school as the test subject, using item-making techniques as the studying tool of trapezoid area test, and then use “item relation structure analysis” to draw structure relation with upper and lower concept after testing. From the study, the following points were discovered:

1. The related structure map of the concept of measurement of trapezoid area within gifted fifth and sixth grade students is divided into two branch sets and one independent set. Those two sets are quite identical.
2. In the first branch: “A unit is defined as a square centimeter, and the account and composite of units, including the concept of integral square, half square, and quarter square” is regarded as the lower concept. “The account and composite of units,

including the concept of integral square, half square, and 3 squares which is 1 square centimeter” is regarded as the upper concept.

3. In the second branch: “the account of units is the complementary relation of periphery rectangle minus two right-angled trapezoid” is regarded as the lower concept. “The account of units is the complementary relation of periphery right-angled isosceles triangle minus one right-angled trapezoid and one right-angled triangle” is regarded as the upper concept.
4. “A unit is defined as 4 square centimeters and the concept of the account and composite of units,” is independent and not related with “the concept of the account and composite of units which a unit is defined as a square centimeter.”
5. The learning outcome of the concept of measurement of trapezoid area within gifted fifth and sixth grade students is quite stable and comparatively not affected by the influence of time interval.

Key words: measurement concept of trapezoid area, gifted students, item relation structure analysis.