

數學文字比較題語意結構對國小六年級學生解題影響之研究

李麗君* 陳玟樺**

摘 要

本研究主要根據數學文字比較題不同的語意結構，探討學生解題表現及其差異，並分析學生解題失敗的可能原因及其解題策略。研究對象為 100 名國小六年級學生，工具為自編測驗。主要發現如下：

一、對國小六年級學生而言，二個變數、加減運算、一致性語言結構的題目最簡單；三個變數、乘除運算、不一致性語言結構的題目最困難。

二、學生在回答各類不同語意結構题目的差異情形達到顯著性。

三、學生在回答一致性語言問題時，較多是計算錯誤；回答不一致性語言問題時，較多是運算符號錯誤。

四、學生在解加減運算題目時，較多採關鍵字策略；在解乘除運算題目時，較多採「 \times 」乘號。

根據研究結果，本研究提出對教師教學及未來研究之建議。

關鍵詞：數學文字比較題、語意結構、一致性語言問題、不一致性語言問題

* 本文第一作者（通訊作者）為淡江大學教育心理與諮商研究所副教授

E-mail: lichun@mail.tku.edu.tw

** 本文第二作者為台北市五常國小教師

壹、緒論

數學文字題是以語文的方式來描述問題情境的數學問題，學生在解數學文字題時，除了必須對題目語意內容作解讀外，還需再將這些文字脈絡與「+」、「-」、「×」、「÷」運算符號連結，轉譯成數學算式表徵，然後執行運算，這也使得數學文字題在解題上較一般數學算術列式題來得困難及複雜。

在各類型數學文字題中，以比較類問題最難理解 (Briars & Larkin,1984 ; Fuson, 1992 ; 涂金堂, 2002 ; 翁嘉英, 1988 ; 葉雪梅, 1990 ; 謝毅興, 1991)。Lewis 與 Mayer (1987) 指出數學文字比較類題型主要由三個句子所構成：陳述句 (assignment)、關係句 (relation) 及問句 (question)。如：「甲有 8，乙比甲多 3，問乙有多少？」其中陳述句是給其中一個變數 (variable, 「甲」) 固定值；關係句是指兩個變數 (「甲」與「乙」) 間的關係；問句則是詢問未知數 (「乙」)。而未知數會因其在關係句中的不同位置又可分為「被比較量未知」及「參照量未知」 (Riley, Greeno & Heller, 1983)。當學生在解被比較量未知的題目 (乙比甲多，求甲？) 時，可以直接從題意寫出運算符號「+」並進行運算；但在解參照量未知的題目 (甲比乙多，求乙？) 時，學生必須將題意中二個變數的關係先做轉換 (甲比乙多→乙比甲少)，寫出運算符號

「-」,方能正確解題。Lewis 與 Mayer(1987)因此提出一個「一致性假說」(consistency hypothesis) , 當解題時不需要將關係句中變數的關係形式轉換的題目稱為「一致性語言問題」(consistent language problem, CL problem) ; 需要轉換的題目稱為「不一致性語言問題」(inconsistent language problem, IL problem) 。由於學生在解不一致性語言問題時必須要把關係句中變數的關係形式做轉換, 且所採用的運算符號與題目上的關鍵字不符, 因此學者認為不一致性語言問題的難度比一致性語言問題來得高(Lewis & Mayer, 1987)。一些實證研究結果也顯示學生在回答不一致性語言問題上錯誤率高於一致性語言問題(翁嘉英, 1988 ; Briars & Larkin, 1984 ; Hegarty, Mayer & Greeno, 1992 ; Stern, 1993)。

雖然在數學比較文字題中, 不一致性語言問題已受到許多研究者的重視, 但是綜觀過去相關研究, 大多是以低中年級學生為研究對象(如: 林美惠, 1997 ; 陳立倫, 2000 ; 蔣治邦、鍾思嘉, 1991 ; 謝毅興, 1991 ; Briars & Larkin, 1984 ; Riley, Greeno, & Heller, 1983) , 其內容也大多是二個變數大小關係之比較。有研究者於是將比較題的變數從二個提升到三個, 題型中的關係句從一句增加到二句(Quintero, 1983) , Lin(1998) 的研究即指出當關係句從一句變成二句時, 解題也從一步驟變成二步驟, 問題的複雜

度因此增加，也更加深學生解題的困難度。另一方面，也有學者探討運用乘除概念的文字題，發現學生對於文字題中運用乘除概念有困難(De Corte & Verschaffel, 1996)。目前我國國小六年級的數學學習，已進入到分數或小數的乘除，各版本的習作中也不乏有運用分數或小數的乘除比較題出現，文字比較題也進入到三個變數，譬如康軒版的習作題：「小妹的體重是 65.5 公斤，小妹的體重是二姐的 $\frac{3}{5}$ 倍，二姐的體重是大姐的 0.25 倍，問大姐有多重？」。在本題中，牽涉到三個變數、分數、小數概念，以及乘除運算，整體來說，類似题目的語意結構及運算相較於過去相關研究所涵蓋的範疇複雜得多。此外，在探討解題策略時，許多學者(如：翁嘉英，1988；謝毅興，1991；Hegarty, Mayer, Green, 1992；Pape, 2003) 指出，當學生對題意理解不清時，會機械式的針對题目的表面訊息(尤其是關鍵字) 進行運算，亦即採用「關鍵字策略」，而在加減運算的文字比較題中，確實有明顯的關鍵字(「多」或「少」)，但是在乘除運算題中卻未必有明顯的關鍵字，是否在乘除運算的文字比較題中仍有「關鍵字策略」效應實有待釐清。綜而言之，究竟數學文字比較題語意結構的複雜程度對國小六年級學生在解題上有何影響，以及學生在面對不同類型的數學文字比較題時是採用何種解題策略值得深入探討。據此，本研究具體目的包括：一、了解國小六年級學生回答各

類數學文字比較題之情況；二、比較國小六年級學生在回答不同語意結構之數學文字比較題的差異情形；三、分析國小六年級學生在解數學文字比較題時失敗的可能原因；四、分析國小六年級學生解題時採用之運算符號與題目語意結構之關係；五、根據研究結果，提出對未來研究及國小六年級數學文字題教學上之參考。

貳、文獻探討

一、數學文字比較題概念及類型

數學文字比較題是指兩個變數（如：「甲」和「乙」）進行大小或關係的比較，又可依其語意關係分為「尋求二個數量之差異」或是「從一已知數量推算另一數量」。依其未知數的性質，分為差異量未知、被比較量未知與參照量未知三種類型（Riley et al., 1983）：

（一）差異量未知：

例如：甲有 8 元，乙有 3 元，請問甲比乙多多少元？

（二）被比較量未知：

例如：甲有 8 元，乙比甲多 3 元，請問乙有多少元？

(三) 參照量未知：

例如：甲有 8 元，甲比乙多 3 元，請問乙有多少元？

Lewis 和 Mayer (1987) 則指出，從一已知數量推算另一數量的比較類題型

主要是由陳述句、關係句以及問句三個句子所組成：

【陳述句】 【關係句】 【問句】

甲有 8 元，乙比甲多 3 元，請問乙有多少元？(被比較量未知)

甲有 8 元，甲比乙多 3 元，請問乙有多少元？(參照量未知)

由上述二例可看出，「被比較量未知」及「參照量未知」題型均屬於這種陳述結構。

二、一致性語言問題和不一致語言問題

以句型結構來看，被比較量未知與參照量未知的題型極為類似，但因為未知數在關係句的主、受詞位置不同，使得學生在解題時有極大差異。Lewis 與 Mayer (1987) 因此提出「一致性假說」，分別以「一致性語言問題」及「不一致性語言問題」來說明被比較量未知與參照量未知的差異。

(一) 一致性語言問題(被比較量未知)

例如：甲有 10 元，乙比甲多 4 元，請問乙有多少元？

在此問題中，未知數是乙，乙在關係句中的詞性是主詞。二個變數關係之表徵為 $\square = 10 + 4$ ，其所採用的「加法」和題目中的關鍵字「多」相符。

(二) 不一致性語言問題 (參照量未知)

例如：甲有 10 元，甲比乙多 4 元，請問乙有多少元？

在此問題中，未知數是乙，乙在關係句中的詞性是受詞。為求乙，必須將乙在關係句中的詞性轉化成主詞，彼此的關係也跟著轉換，亦即把「甲比乙多 4 元」轉換成「乙比甲少 4 元」；表徵為 $\square = 10 - 4$ ，其採用的「減法」和題目中關鍵字「多」不相符。

綜而言之，Lewis 與 Mayer (1987) 是以未知變數在關係句的詞性來區分文字比較題類型，當未知變數在關係句中的詞性為主詞時，其採用的運算符號與關係句中的關鍵字相符，故被稱為「一致性語言問題」；當未知變數在關係句中的詞性為受詞時，其採用的運算符號與關係句中的關鍵字不相符，故被稱為「不一致性語言問題」。

Verschaffel、De Corte 與 Pauwels (1992) 指出，解題者一般較習慣解未知變數是關係句主詞的題型，亦即是一致性語言問題題型，所以當面臨不一致性語言問題時，需要重整及轉換關係句中的主、受詞關係，也因為多了這樣的過程，使得不一致性語言對

解題者而言較困難，也造成較高的錯誤率。

三、三個變數的一致性與不一致性語言問題題型

Quintero (1983) 與 Lin (1998) 進一步將文字比較題的探討提升至三個變數的加減關係，由於變數的增加，關係句也從一句變成二句，因而產生以下四種狀況：

【陳述句】 【關係句 A】 【關係句 B】 【問句】

1. 甲是 8，乙比甲多 3，丙比乙多 5，問丙是多少？
2. 甲是 8，甲比乙多 3，丙比乙多 5，問丙是多少？
3. 甲是 8，乙比甲多 3，乙比丙多 5，問丙是多少？
4. 甲是 8，甲比乙多 3，乙比丙多 5，問丙是多少？

要回答以上問題，必須進行二步驟運算，分別呈現如下：

1. $乙 = 甲 + 3$ ； $丙 = 乙 + 5$
2. $乙 = 甲 - 3$ ； $丙 = 乙 + 5$
3. $乙 = 甲 + 3$ ； $丙 = 乙 - 5$
4. $乙 = 甲 - 3$ ； $丙 = 乙 - 5$

按照 Lewis 與 Mayer (1987) 的概念，運算符號與關係句的關鍵字「多」或「少」

相符時，稱為「一致性語言問題」；不符時，稱為「不一致性語言問題」。據此可將以上四種狀況分為「完全一致性語言問題」、「部分不一致性語言問題」及「完全不一致性語言問題」(Lin, 1998)。其中第 1 題為「完全一致性語言問題」；第 2 題在解乙時，運算符號「-」與題目關鍵字「多」不符，第 3 題在解丙時，運算符號「-」與題目關鍵字「多」不符，兩題均稱為「部分不一致性語言問題」，但第 2 題的不一致出現在關係句 A，第 3 題的不一致出現在關係句 B；第 4 題在分別解乙及丙時，採用的運算符號「-」均與題目關鍵字「多」不符，故稱為「完全不一致性語言問題」。為便於本研究結果之解釋，本研究將第 1 題類型稱為「一致性語言問題」，第 2、3 題類型稱為「一次不一致性語言問題」，第 4 題類型為「二次不一致性語言問題」。

四、加減運算與乘除運算在數學文字比較題的差異

過去有關數學文字比較題之研究大多是以整數加減運算為主，然而國小六年級數學學習已進入到分數、小數、倍數的概念，並多以乘除進行運算，如以下各例：

哥哥有 450 元，弟弟是哥哥的 3.7 倍，請問弟弟有多少元？

哥哥有 450 元，哥哥是弟弟的 0.45 倍，請問弟弟有多少元？

哥哥有 450 元，弟弟是哥哥的 $\frac{5}{2}$ ，請問弟弟有多少元？

除了數學概念本身不同外，加減或乘除的數學文字比較題在進行運算時有以下二點不同：

(一) 在加減運算的數學文字比較題中，關係句有甲「比」乙「多」或甲「比」乙「少」的關鍵字作為運算符號(+ 或 -)的判斷。但在乘除概念的數學文字比較題中，關鍵字主要為甲「是」乙「的」...「倍」，但是在分數概念的題目，「倍」可能不出現(如上述第三例)。此時，學生僅能就題目中「甲是乙的...」的關鍵字來判斷應採用的運算符號(× 或 ÷)。一般來說，當學生看到「多」或「少」時，知道是加減運算題，看到「...是...的...(倍)」時，知道是乘除運算題。

(二) 在加減概念的數學文字比較題中，一致性語言問題所採用運算符號(+ 或 -)會與題目中的關鍵字(「多」或「少」)相符；不一致性語言問題所採用運算符號會與題目中的關鍵字不相符。在乘除概念的數學文字比較題中，題目出現「甲是乙的...倍」時，在一致性語言問題所採用運算符號是「×」(乘號)，與出現的關鍵字「倍」相符；不一致性語言問題所採用運算符號則是「÷」(除號)，與出現的關鍵字「倍」不符。但如果題目未出現「倍」字，而是「甲是乙的...」時，學生無法從「是」與「的」來判斷「×」或「÷」的運算符號。換言之，題目中的「...是...的...」的字句可能無法提供

學生明確判斷「 \times 」或「 \div 」運算符號的線索。

五、數學文字比較題相關研究

許多學者均指出，相較於改變類及合併類類型，比較類的數學文字題對學生而言較為困難（如：Briars & Larkin, 1984；Fusson, 1992；涂金堂，2002；翁嘉英，1988；葉雪梅，1990；謝毅興，1991）。Briars 與 Larkin（1984）進一步指出，文字比較題中的「關係句」可能就是學生對這類問題形成表徵困難的主因。Lewis 與 Mayer（1987）亦提出，在進行不一致性語言問題的解題過程中，解題者必須對關係句子進行重整，也就是把「甲比乙多」轉換成「乙比甲少」，其中牽涉到變數的轉換（甲 \rightarrow 乙及乙 \rightarrow 甲）以及關係轉換（多 \rightarrow 少），進而影響數學概念的運算（加法 \rightarrow 減法），因此使得「不一致性語言」問題比「一致性語言」問題解題難度高。Verschaffel、De Corte 與 Pauwels（1992）的研究中發現，在重述不一致性語言題意的過程中，學生因為無法順利轉換問題中比多、比少關係，產生逆轉型錯誤，而發生該用加法卻用減法，導致錯誤。

翁嘉英（1988）對國小二、三年級學生進行的研究也發現學生在解「比多」的題目時會用加法，解「比少」的題目時用減法。這是由於兒童難以形成問題的表徵，只能利用問題的局部線索解題，此現象尤其在「不一致性語言題型」問題裡特別顯著。

何縉琪、林清山(1994)的研究亦指出,「不一致性語言」較「一致性語言」容易錯誤的主要因素是因為學生在解題表徵上發生困難,無法將主詞和受詞倒置,且忽略關係句中「比」和「是」,只使用關鍵字(多→加法、少→減法)解題。此外,在林原宏(1994)研究中發現,國小高年級學生在處理乘除法數學文字題問題的列式上,會以預期結果量作為選擇運算符號的依據,學生若預期結果會變大就使用乘法,若預期結果變小就用除法;此外,學生最常使用關鍵字策略來決定某一數值是被乘數或被除數,學生看到某些的單位關鍵字,不考慮題目中語意結構因素,而是依照數學文字題題目末尾是問「多少元?」、「多少公斤?」,即把單位「元」、「公斤」的數字當作被除數或被乘數然後進行列式。

由此可知,不一致性語言問題因為需要對變數關係的轉換,造成學生在解題上的困難;而題目中的關鍵字也可能提供學生錯誤的解題線索,導致解題失敗。因此實有必要針對數學文字比較題的語意結構對國小六年級學生解題影響做進一步的了解。因此本研究將以目前國小六年級學生已習得之數學概念為範圍,探討及比較學生在回答不同語意結構的數學文字比較題的差異,並對學生在解題時採用的運算符號加以分析,希望藉此了解學生的解題情形及其困難。

參、研究設計與實施

一、研究對象

本研究以台北市某國小六年級學生為研究對象，經徵求該校及班級老師同意後，共選取六年級四個班級共 100 位學生做為樣本，其中男生 55 人，占 55%；女生 45 人，占 45%。四班學生的數學成績在 60 分至 100 分間，其中 60~69 分(丙等)占 18%，70~79 分(乙等)占 24%，80~89 分(甲等)占 32%，90~100 分(優等)占 26%，程度屬中上。且學生皆已學過分數之加減、乘除概念。

二、研究工具

本研究以自編數學文字比較題為研究工具，以瞭解國小六年級學生解不同語意結構的數學文字比較題之情形。

(一) 編製依據

由於目前市面上各版本題目內容、字數差異頗大，難以區分學生答題的困難是因為字數過多造成認知負荷過重，或是語意表徵問題所致，因此自行編製測驗，統一題目形式，並控制題目字數，去除非必要的多餘訊息。測驗內容主要根據六年級上學期

數學文字比較題語意結構對國小六年級學生解題影響之研究

數學各版本教材內容，並依據變數數目（兩個或三個）、運算概念（加減或乘除）和語意結構（一致性語言或不一致性語言），共編列十類題型，各類題型及題數如表 1，其中二個變數的加減題屬於中、低年級的程度，視為是熱身題並做為對一致性或不一致性語言語意結構基本能力之參照，三個變數的加減題則主要檢核題目中「關鍵字」對學生解題的影響。乘除運算題則主要檢核在沒有明顯「關鍵字」的情況下，學生的運算符號使用情形，藉以了解學生對文字比較題語意結構的了解。

表 1

各類型數學文字題的類型及題數

變數數目	數學運算	語意結構	題數
二	加減	一致性語言	2
		不一致性語言	2
二	乘除	一致性語言	1
		不一致性語言	1
三	加減	一致性語言	2
		一次不一致性語言	2
		二次不一致性語言	2
三	乘除	一致性語言	2
		一次不一致性語言	2
		二次不一致性語言	2

例題如下：

「哥哥有 200 元，姊姊比哥哥多 37 元，妹妹有比姊姊少 58 元，請問妹妹有多少錢？」(三個變數、加減運算、一致性語言)

「哥哥有 200 元，哥哥比姊姊多 37 元，姊姊又比妹妹少 58 元，請問妹妹有多少錢？」(三個變數、加減運算、一次不一致性語言)

「哥哥有 200 元，姊姊是哥哥的 $\frac{2}{3}$ ，請問姊姊有多少元？」(二個變數、乘除運算，一致性語言)

「哥哥有 200 元，哥哥是姊姊的 $\frac{2}{3}$ ，姊姊是妹妹的 $\frac{3}{8}$ ，請問妹妹有多少元？」
(三個變數、乘除運算，二次不一致性語言)

為避免學生直接對照，题目的呈現並非按照類型依次呈現。

(二) 內容範圍

本研究主要想瞭解學生在不同變數數目、運算符號(+、-、×、÷) 語意結構下的答題情形，為避免字數、不同概念干擾，因此採統一問題型式。在加減運算題部分主要是做為參照用，探討學生對語意結構瞭解的程度，因此以整數入題。在乘除運算題部分，為探討無明顯關鍵字下學生對語意結構的瞭解，因此以分數入題，避開題目

中出現「倍」字。

(三) 專家效度

為求測驗的適切性，測驗編製完畢後請二位學者專家及三位現職六年級老師對測驗內容進行審題及修正，確定本測驗內容無字數、多餘訊息之干擾因素，並涵蓋本研究欲探討之題目類型，結果做為本測驗之專家效度。經彙整修正後，正式測驗共計十八題。

三、施測方式

本研究施測方式是以班級為單位，由各班導師協助進行施測，施測期間如有疑問，可向班導師提問，由班導師回答。各班施測時間為 40 分鐘。

四、測驗作答方式及計分

本研究要求受試者除了寫出答案外，並寫出或畫出計算的歷程，以便了解受試者解題方式。計分方式則是以答案是否正確進行計分，答對者得一分，答錯者不給分。

五、資料分析與處理

受試者回答結果分二部分處理，其中「答對率」是指運算式子對，且答案對；在

進行「解題失敗分析」時，則分為計算錯誤（運算符號正確但結果錯誤）、運算符號與語意結構不符、作答不完整或未作答等三類進行分析。

各項資料並進一步進行以下統計處理：

- (一) 以次數、平均數、標準差及百分比解釋受試者回答各類型數學文字比較題的答對情形。且由於各類題型題數不一，為了便於不同類型題目答題狀況比較，答對率是以各類題目之平均答對率呈現。
- (二) 各題凡答對者記一分，答錯者不予記分。不同類型文字比較題的得分情形再分別以相依樣本 t 檢定、相依樣本單因子變異數分析，檢驗其差異情形。
- (三) 以算式分析來了解學生解題失敗的原因，並進一步分析運算符號與題目語意結構的關係。然而本研究的加減運算題及乘除運算題採用的數學概念不同，難度有落差，有可能因此影響學生的答對率。為減少難度造成的干擾，在進行解題失敗分析時，將錯誤類型分為算式及運算符號正確但計算錯誤、運算符號與語意結構不符、作答不完整或未作答等三類，將問題的分析聚焦在運算符號上。

肆、研究結果

一、各類型數學文字比較題答對率

表 2 為受試者回答各題型數學文字比較題之平均答對率，其中以二個變數且為加減運算之一致性語言之題型的平均答對率最高 (94.5%)；三個變數且為乘除運算之二次不一致性語言之題型的平均答對率最低 (14%)。從學生回答二個變數加減題的結果來看 (一致性語言題目答對率 94.5%，不一致性語言題目答對率 84.5%)，學生對於比較題的基本語意結構有中上以上的了解。

從表 2 中亦可發現，三個變數的答對率較二個變數低，這是因為三個變數的題目較二個變數的題目長，且有二句關係句，學生需進行兩步驟的運算。再者，對學生而言，乘除運算題型相較之下比加減運算題型困難，這是因為學生從低年級就開始不斷反覆練習加減運算的基礎技能，而乘除運算則是從中年級才開始學習，且在高年級乘除運算不再侷限於整數計算，其中尚包含了小數、分數的運算概念，其困難度較加減運算來得高。

語意結構方面，在相同數目的變數及相同數學運算下之一致性語言的題型答對率高於不一致性語言的題型，且在三個變數的不一致性語言題型中，二次不一致性語言的題型答對率低於一次不一致性語言的數學文字比較題型，顯示隨著題目中不一致性

語言次數的增加，學生解題失敗的比例也跟著增加。

表 2

各類型數學文字比較題之平均答對率

變數數目	數學運算	語意結構	平均答對率
二	加減	一致性語言	94.5%
		不一致性語言	84.5%
二	乘除	一致性語言	68%
		不一致性語言	44%
三	加減	一致性語言	82.67%
		一次不一致性語言	74%
		二次不一致性語言	51.67%
三	乘除	一致性語言	58%
		一次不一致性語言	29%
		二次不一致性語言	14%

二、各類型文字比較題回答錯誤率差異比較

為進一步了解學生答錯題目情形與一致性語言或不一致性語言語意結構的關係，因此本研究對學生在相同數目變數、相同數學運算題目的回答情況進行不同語意結構的比較，其中二個變數的題目是以相依樣本 t 檢定進行差異比較，三個變數的題目是以相依樣本單因子變異數分析進行差異比較。

如表 3 所示，不論在二個變數、三個變數、加減運算或乘除運算中，不一致性語

數學文字比較題語意結構對國小六年級學生解題影響之研究

言問題的答錯率顯著高於一致性語言，在三個變數的題目中，則二次不一致性語言問題的答錯率顯著高於一次不一致性語言，顯示對學生而言，在解二次不一致性語言問題時，因為要進行二次的語意轉換，較需要一次語意轉換或不需要語意轉換的題目來得困難。

表 3

各類型文字比較題回答錯誤率差異比較結果

變數數目	數學運算	答錯率差異結果 及顯著性	答錯率之事後比較
二	加減	$t = -4.064^{***}$	不一致性 > 一致性
二	乘除	$t = -4.846^{***}$	不一致性 > 一致性
三	加減	$F=61.851^{***}$	一次不一致性 > 一致性 二次不一致性 > 一致性 二次不一致性 > 一次不一致性
三	乘除	$F=311.047^{***}$	一次不一致性 > 一致性 二次不一致性 > 一致性 二次不一致性 > 一次不一致性

*** : $p < .01$

三、解題失敗分析

本研究在進行時要求學生除寫出答案外，並將算式列出。進行解題分析時，大致

將學生的解題結果分為：正確（算式及答案均正確）、計算錯誤（算式及運算符號正確但答案錯誤）、運算符號與語意結構不符（如：依題意應採「+」或「×」，但學生實際採用「-」或「÷」）、作答不完整（未完整呈現算式）或未作答等四類，其結果如表 4。

表 4

各類數學文字比較題之解題結果類型及其百分比

題型		回答結果百分比				
變數數目	數學運算	語意結構	正確	計算錯誤(算式及運算符號正確)	運算符號與語意結構不符	作答不完整或未作答
二	加減	一致性	94.5%	4.5%	0.5%	0.5%
		不一致性	84.5%	2.5%	12%	1%
二	乘除	一致性	68%	5%	12%	15%
		不一致性	44%	8%	43%	5%
三	加減	一致性	82.67%	7%	6.33%	4%
		一次不一致性	74%	3%	20%	3%
		二次不一致性	51.67%	3.67%	40%	4.67%
三	乘除	一致性	58%	19%	11%	12%
		一次不一致性	29%	8%	51%	12%
		二次不一致性	14%	10%	59%	17%

由各解題結果類型來看，在一致性語言的題目中，計算錯誤較是其主要錯誤原因，但在不一致性語言的題目中，運算符號與語意結構不符則是造成錯誤的主要原因，尤其在二個變數、乘除運算的題目中，運算符號與語意結構不符造成錯誤的比例達43%；三個變數、乘除運算的題目，運算符號與語意結構造成錯誤的比例更超五成，作答不完整或未作答的也超過一成，表示乘除運算的不一致性語言問題的語意結構對學生來說困難度相當高。

值得注意的是，在乘除運算題中，固然一致性語言問題回答的正確性相較之下比不一致性語言問題回答的正確性高，但是學生因「運算符號與語意結構不符」，以及「作答不完整或是未作答」原因而造成乘除運算的一致性語言問題解題錯誤比例也不低，在二個變數的題目分別有12%、15%，三個變數題目分別有11%、12%的解題錯誤，錯誤率明顯高於加減運算題的一致性語言問題。顯示「一致性語言」的效應在乘除運算題不如加減運算題。另外，在三個變項乘除運算的一致性語言問題中，計算錯誤的比例高達19%，表示除了語言問題，學生對於超過一次乘除運算的熟練度仍有待加強。

。

四、運算符號與語意結構關係分析

過去許多研究指出學生在解題時多採用關鍵字策略(如：何縉琪、林清山，1994；林碧珍，1990；翁嘉英，1988)，也有學者指出學生常被教導文字題中的關鍵字暗示某一運算，但盲目使用關鍵字策略，常會產生錯誤的答案(Hegarty, et al., 1992；Karen, 1993；Pape, 2003)。為進一步了解本研究受試學生是否是以題目中之關鍵字進行解題，導致解題錯誤，或是當題目中無明顯關鍵字時，如何解題，本研究於是進一步根據學生的運算式子及符號來分析其解題：

(一) 加減運算題目

由於加減運算題中有明顯的關鍵字「比...多」或「比...少」，因此學生在回答一致性語言問題時，運算符號「+」或「-」與題目關鍵字「多」或「少」相符，錯誤率普遍較低；但在回答不一性語言問題時，因為運算符號應與題目關鍵字不一致，發現在答題錯誤中，有相當高的比例在運算符號上是與題目的關鍵字完全一致。譬如：

「哥哥有 200 元，哥哥比姊姊多 37 元，姊姊又比妹妹少 58 元，請問妹妹有多少元？」

(二次不一致性語言問題)。正確算式應為：「 $200-37+58$ 」，共有 46% 的學生答對，有 54% 的學生答錯，其中算式寫成「 $200+37-58$ 」就占了 36%，另外算式回答為「 $200+37+58$ 」、「 $200-37-58$ 」、「 $200-37+58$ 」分別占 7%、5%及 3%。顯示在答題錯

誤的學生中，有相當大的比例可能並未真正理解題意，再分別就錯誤算式的比例來看，有 36% 學生的運算符號與題目的關鍵字相同，推論許多學生是依照題目的關鍵字來進行解題。

(二) 乘除運算題目

在本研究乘除運算題目中，研究者以分數入題，如：「哥哥有 200 元，哥哥是姊姊的 $\frac{2}{3}$ ，姊姊是妹妹的 $\frac{3}{8}$ ，請問妹妹有多少元？」。題目的關係句中並無明顯的關鍵字「倍」，因此學生在解題時，無法直接從關係句中「...是...的...倍」中的「倍」字，作為運算符號的判斷，研究者希望藉此了解在無關鍵字「倍」，僅有「...是...的...」時，學生的解題情形。

在一致性語言的乘除運算題目（如：「哥哥有 200 元，姊姊是哥哥的 $\frac{2}{3}$ ，請問姊姊有多少元？」）中，未知數在關係句中是主詞時，運算符號為「 \times 」（乘號），算式為：「 $200 \times \frac{2}{3}$ 」；而在不一致性語言乘除運算題目（如：「哥哥有 200 元，哥哥是姊姊的 $\frac{2}{3}$ ，請問姊姊有多少元？」）中，未知數在關係句中是受詞時，則應採用的運算符號為「 \div 」（除號），算式為：「 $200 \div \frac{2}{3}$ 」。本研究結果發現，在題目無明顯關鍵字的狀況下，學生較多採用「 \times 」（乘號）來進行運算，尤其在不一致性語言問題中，完

全運用「×」(乘號)來進行運算的比例非常高，甚至超過其他各類的運算。譬如：在「哥哥有 200 元，哥哥是姊姊的 $\frac{2}{3}$ ，姊姊是妹妹的 $\frac{3}{8}$ ，請問妹妹有多少元？」(二次不一致性語言問題)，正確解答應為「 $200 \div \frac{2}{3} \div \frac{3}{8}$ 」，但僅有 14% 的學生正確解題；相較之下，有 35% 學生回答「 $200 \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{8}$ 」；另外則有 16% 學生回答「 $200 \times \frac{2}{3} \div \frac{3}{8}$ 」、8% 學生回答「 $200 \div \frac{2}{3} \times \frac{3}{8}$ 」，此題作答不完整或未作答也高達 17%。

值得注意的是，雖然學生在解乘除運算題時看似採用乘法的比例較高，且在一致性語言問題的答對率較高，但是分析學生的運算列式發現，學生在各類型題目採用除法運算的比例也不小。

綜而言之，不論學生是採用乘法或除法解題，從運算符號與題目語意結構不符的比例來看，學生在面對乘除運算題時，對題意理解有相當的困難，因此誤用運算符號，這也造成答錯的比例偏高。

伍、綜合討論

一、從各類型題目答對率來看，對國小六年級學生而言，二個變數、加減運算、一致性語言結構的數學文字比較題最為簡單；三個變數、乘除運算、不一致性語言結構的數學文字比較題最為困難。

比較各類型題目答對率可發現，對國小六年級學生來說，三個變數的困難度高於二個變數；乘除運算題較加減運算題困難；不一致性語言問題較一致性語言問題困難。其中不一致性語言問題較一致性語言問題困難的結果與翁嘉英（1988）、蔣治邦、鍾思嘉（1991）、呂玉琴（1997）等的研究結果相同。本研究進一步發現，二次不一致性語言問題較一次不一致性語言問題困難，此與 Lin（1998）的研究結果相符。根據 Lin 的解釋，學生喜歡解文字訊息與運算符號一致的題目（即「一致性語言問題」），當不一致性的關係句越多時，越會增加學生解題的困難。

二、學生在回答各類不同語意結構题目的差異情形達到顯著性，且是在回答不一致性語言問題的答錯率高於一致性語言問題；二次不一致性語言問題的答錯率高於一次不一致性語言問題。

根據統計分析結果，在相同變數、相同數學運算概念下，不一致性語言問題的答錯率顯著高於一致性語言，此與過去相關研究結果相同（翁嘉英，1988；Briars & Larkin, 1984；Mayer & Greeno, 1992；Stern, 1993）。此外，本研究進一步發現，在三個變數的題目中，二次不一致性語言問題的答錯率顯著高於一次不一致性語言，顯示對學生而言，在解二次不一致性語言問題時，因為要進行二次的語意轉換，較需要一次語意轉換或不需要語意轉換的題目來得困難。此與 Lin（1998）的研究結果相符。

三、學生解題失敗的原因大致可分為計算錯誤、運算符號錯誤、作答不完整或未作答三類，其中在一致性語言問題中，較多的錯誤是計算錯誤；在不一致性語言問題中，較多的錯誤是運算符號錯誤。顯示不一致性語言問題的語意結構易造成許多學生的理解困難。

由學生的解題算式來看，學生在一致性語言問題的錯誤解題較多是因為計算錯誤，但是在不一致性語言問題中較多的錯誤是在所採用的運算符號與其題目文意不符（如：依題意應採用「+」但學生使用「-」），且隨著變數及關係句的增加，運算符號與題意不符的比例也增加；尤其在乘除運算的不一致性語言題目中，運算符號與語意結構不相符的比例超過四成；此外，在乘除運算的題目中，作答不完整或未作答的比例普遍也較加減運作的題目來得高，顯示乘除運算題目的語意結構對學生較為困難。這樣的結果與過去相關理論及實證研究結果相符。根據 Lewis 與 Mayer (1987) 的理論，不一致性語言問題需要經過關係的轉換，因此較易產生錯誤。在而 Lin (1998) 及 Quintero (1983) 的研究也證實，學生在解題及重述問題時，發生錯誤較多的是在「完全不一致性語言問題」（即本研究之「二次不一致性語言問題」），其次是「部分不一致性語言問題」（即本研究之「一次不一致性語言問題」），錯誤最少的是「完全一致性語言問題」。

至於在乘除運算題方面，De Corte 與 Verschaffel (1996) 認為學生在解乘除運算文字題時，學生常會有「乘數效應」(multiplier effect)，根據題目出現的數字型態(正整數、大於或小於 1 的小數、分數) 來決定運算符號，或是因對乘除概念有錯誤認知(用乘可以把數字變大，用除則可以把數字變小)。

乘除運算題目中運算符號使用錯誤的比例較高，可能是因為學生慣用關鍵字解題，但由於乘除運算題中缺乏明顯關鍵字，因此學生可能是根據自己的直覺選擇運算符號(Fischbein, Deri, Nello, & Marino, 1985)，或是因為對分數意義掌握不足，影響其運算符號的選擇(董正隆，2007)，也可能是對乘除概念有錯誤認知，以預期結果量選擇乘除運算符號，且認為運用乘法會讓數字變大，運用除法會讓數字變小(林原宏，1994；De Corte & Verschaffel, 1996) 等。究竟原因為何，由於本研究並未進行學生訪談，無法確認，有待未來研究進一步釐清。

四、學生在解加減運算題目時，較多採用關鍵字策略；在解乘除運算題目時，學生較多採用「×」乘號。

過去相關研究發現學生在解加減運算題時多採用關鍵字策略(何縉琪、林清山，1994；林碧珍，1990；翁嘉英，1988)，本研究也同樣發現學生在解加減運算題時，

採用的運算符號(「+」或「-」)大多與題目之關鍵字「比...多」或「比...少」相符。這樣的解題策略在回答「一致性語言問題」時有助於正確解題,其中在二個變數題目的運算符號與關鍵字相符的比例達99%(包括94.5%正確答題,以及4.5%運算符號正確但計算錯誤);三個變數題目的運算符號與關鍵字相符的比例達89.67%(包括82.67%正確答題,以及7%運算符號正確但計算錯誤);但是在回答「不一致性語言問題」時採用關鍵字策略則易造成解題錯誤,其中在二個變數題目中因運算符號與關鍵字相同而造成錯誤的比例為12%;在三個變數題目中因運算符號與關鍵字相同而造成錯誤的比例分別為20%及40%。由此可知,關鍵字策略對於學生在解加減運算的不一致性語言問題時造成相當高的失敗比例。

本研究發現學生在回答乘除運算題目時,較多採用「×」(乘號),此與林原宏(1994)研究結果不盡相同。林原宏的研究發現,學生會以預期結果量作為選擇運算符號的依據,當預期結果變大就使用乘法,預期結果變小就使用除法。本研究發現,不論是在二個或三個變數、一致性語言或不一致性語言問題,學生採用乘法進行運算的比例相當高,顯示學生偏好採用乘法,但由於本研究題目所採用的分數均為真分數($\frac{2}{3}$ 、 $\frac{3}{8}$),採用乘法反會使結果變小,除法會使結果變大,所以不符合林原宏的預期結果論。

至於學生為何採用較多的乘法，可能是學生對乘法的熟悉度高於除法，當不了解題意時，以自己較為熟悉的方式解題；但是另一方面，雖然在一致性語言問題應採用的運算符號為「 \times 」（乘號），但是也有相當的比例是以「 \div 」（除號）進行運算，顯示學生也未必是以熟悉度來解題。此外，從乘除運算的文字題題意來看，「...是...的...倍」可稱為是乘除運算的關鍵字，但在本研究中，刻意將「倍」字拿掉，僅呈現「...是...的...」，無法明確提示學生應採用「 \times 」或「 \div 」的運算符號，所以 Mayer 與 Lewis (1987) 的「一致性假說」：使用運算符號與關鍵字的一致性，在本研究之乘除運算題中並不成立；但本研究發現學生較多採用乘法進行運算，也有可能是部分學生將「...是...的...」當做是運用「 \times 」（乘法）的關鍵字。由於本研究未進一步與學生進行訪談，上述各種推測在此無法確認。但整體而言，以學生解題失敗比例來看，乘除運算的數學文字比較題對學生而言確實較為困難。至於學生的錯誤解題究竟是因為對乘除運算題的問題表徵有困難、對分數或乘除概念的不清、根據對符號的熟悉度解題，或是依「...是...的...」關鍵字解題等，有待未來研究進一步釐清。

陸、建議

根據研究結果與討論，提出以下建議，做為教師教學及後續研究之參考。

一、對教師教學之建議

(一) 正視學生在理解數學文字比較題語意結構上的困難與問題。

本研究發現，國小六年級學生對於數學文字比較題語意結構的理解仍有相當比例的困難。雖然學生在低、中年級就可能已接觸過不一致性語言問題，但是在高年級數學中，因為變數的增加，使得數學文字比較題的類型變得較為複雜，再者比較題也不再只是大小加減的比較，更加入了乘除運算，使得六年級數學文字比較題的困難度增加。本研究發現，許多學生的解題失敗是因為採用的運算符號與語意結構不符，因此教師在進行數學教學時，不應只是教導數學概念，更要加強文字題的問題轉譯與整合；在評量學生時，也應多注意學生在回答文字比較題的情形，了解其錯誤是否是因文字比較題語意結構的理解困難而造成解題失敗。

(二) 教師應熟悉數學文字比較題的各種類型，並適時提供學生各類數學文字比較題的練習。

目前市面上各版本之數學教材對於文字比較題的類型並無有系統的呈現，學生較無法透過教科書及習作，對數學文字比較題有完整的概念，因此建議教師應先熟悉數

學文字比較題的類型，及其在語意結構的差異；再依照實際教學進度，以及學生的程度，適時設計各類型數學文字比較題供學生練習，並協助學生了解各類數學文字比較題的語意結構。

(三) 教師在進行數學文字題解題時，不應過於強調關鍵字解題策略，同時應協助學生了解正確理解題意才是解題的最佳策略。

提供解題策略給學生是教師進行教學時的一項重要任務，在理解題意時，「關鍵字」固然是解題的一項線索，但過於盲目以關鍵字解題也易導致解題失敗。因此教師在進行數學文字題解題時，不宜過於強調題意中的關鍵字，而是應分析題意中的語意結構，尤其是幫助學生理解一致性語言及不一致性語言之差別，以及在解不一致性語言問題時，應進行哪些轉譯，以利學生成功解題。

(四) 對於學生解題策略及其歷程宜進一步探討。

本研究是以量化數據說明目前國小六年級學生在解不同語意結構之數學文字比較題的回答情形，雖然有要求學生將算式列出，並對算式中運算符號進行分析，但是還有部分學生作答不完整或未作答，這些學生的困難為何本研究並未做探討。未來研究可從學生的問題表徵著手，對學生在問題表徵的歷程中，對問題所形成的解題基模加

以探討，並加入晤談法，或利用「重述問題」(retelling)方式(Lin, 1998)對學生解題歷程及其困難有進一步了解。

二、對未來研究之建議

(一) 對於乘除運算的文字比較題的語意結構進行進一步研究。

本研究在數學文字比較題的類型中加入乘除運算，並以分數入題，目的是為排除題目的明顯關鍵字，藉以探討當題目中無關鍵字時對學生解題的影響。結果發現，相較於加減運算題，學生在乘除運算題中錯用運算符號的比例明顯較高，顯示學生對問題表徵有困難。而本研究的文字比較題語意結構本是建基於 Lewis 與 Mayer (1987) 的「一致性假說」，根據 Lewis 與 Mayer 的主張，一致性與否是運算符號與題目中之關鍵字相符與否來判斷，但本研究所呈現的乘除運算比較題並無明顯關鍵字，因此「一致性假說」在乘除運算題中並不成立，但關係句中的詞性呈現(主詞或受詞)仍然是解數學文字比較題的關鍵；換言之，乘除運算的數學文字比較題的語意結構或是問題表徵是影響學生解題的主要因素，Pape (2003) 在解釋學生轉譯錯誤時即提到，關係句的詞性呈現以及語言的對稱(symmetry of the language，即「X 比 Y 多 Z」與「X 比 Z 少 Y」是同義)都是可能影響因素，因此未來研究及教學對於乘除運算的文字比較題

應更加強調在語言的對稱性及「關係的轉換」上。

(二) 未來研究可進一步探討學生對乘除運算文字比較題的問題與困難。

本研究發現學生在解乘除運算文字比較題時錯誤率頗高，是因為題目本身缺乏關鍵字？或是因為學生對分數意義掌握不足？或是對乘除概念有錯誤認知？這些值得未來研究進一步探討。

(三) 未來研究可加入訓練課程，並進行前後測之比較，以了解在經過對數學文字比較題語意結構的解釋後，是否有助於學生對題意的理解及答題情形。

許多教師在進行數學教學時，重點都放在概念的介紹，相較之下，較少對數學文字比較題的語意結構進行分析，未來研究可以針對數學文字比較題的語意結構進行訓練課程，幫助學生瞭解數學文字比較題的語意結構，了解關係句與問句的關係，以及關係形式是否應做轉換。同時透過前後測之比較，了解經過訓練課程後，是否有助於學生對題意的理解及答題情形。

(四) 未來研究可擴大研究對象、研究內容及加入訪談，蒐集更多資料，對學生在解數學文字題的議題有更進一步的了解。

本研究是以台北市某國小六年級學生為研究對象，在設計題目時為了控制字數、

概念不同等干擾因素，因此題目上採固定稱謂、固定量值，在統一形式之下，學生在答題時難免會因為題目的相似性而產生前後對照之效應，未來研究在設計題目時，仍可控制字題，但在稱謂及量值上可不同，同時也可加入小數等概念之題目，以及混合不同概念及運算，並輔以質性分析，以對學生在解不同類型數學文字比較題的問題有進一步的了解。

參考文獻

中文部分

呂玉琴 (1997)。國小低年級學生對加減法文字題的了解。 *中華民國第十三屆科學教育學術研討會會議手冊集短篇論文*，355-361。

何縉琪、林清山 (1994)。表徵策略教學對提升國小低解題正確率學生解題表現之效果研究。 *國立台灣師範大學教育心理與輔導學系教育心理學報*，27，259-279。

林美惠 (1997)。 *題目表徵型式與國小二年級學生家減法解題之相關研究*。未出版之碩士論文，國立嘉義師範學院國民教育研究所，嘉義。

林碧珍 (1990)。從圖形表徵與符號表徵之間關係探討國小學生的分數概念。 *省立新竹師院學報*，4，295-347。

數學文字比較題語意結構對國小六年級學生解題影響之研究

林原宏 (1994)。 *國小高年級學生解決乘除文字題之研究—以列式策略與試題分析為探討基礎*。未出版之碩士論文，國立台中師範學院國民教育研究所，台中。

涂金堂 (2002)。 *國小學生數學文字知識結構之評量*。 *國立政治大學教育與心理研究*，25，369-399。

翁嘉英 (1988)。 *國小兒童解數學應用問題的認知歷程*。未出版之碩士論文，國立台灣大學心理學研究所，台北。

陳立倫 (2000)。 *兒童解答數學文字題的認知歷程*。未出版之碩士論文，國立中正大學心理學研究所，嘉義。

葉雪梅 (1990)。 *國小兒童對「比較」類數學應用問題的解題行為*。未出版之碩士論文，國立政治大學教育研究所，台北。

董正隆 (2007)。 *算術計算中誤解的文字或符號所造成的錯誤及影響*。未出版之碩士論文，國立中央大學數學研究所，桃園。

蔣治邦、鍾思嘉 (1991)。 *低年級學童加減概念的發展*。 *教育心理與研究*，14，35-68。

謝毅興 (1991)。 *兒童解數學應用問題的策略*。未出版之碩士論文，國立台灣大學心理學研究所，台北。

外文部分

- Briars, D. J., & Larkin, J. H. (1984). An integrated model of skill in solving elementary word problems. *Cognition and Instruction, 1*, 245-296.
- De Corte, R. & Verschaffel, L. (1996). An empirical test of the impact of primitive intuitive models of operations on solving word problems with a multiplicative structure. *Learning and Instruction, 6*(3), 219-242.
- Fischbein, E., Deri, M., Nello, M. S., & Marino, M. S. (1985). The role of implicit models in solving verbal problems in multiplication and division. *Journal for Research in Mathematics Education, 16*(1), 3-17.
- Fuson, K. C. (1992). Research on whole number addition and subtraction. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. New York: Macmillan.
- Hegarty, M., Mayer, R. E., & Green, C.E. (1992). Comprehension of arithmetic word problems : evidence from students' eye fixations. *Journal of Educational Psychology, 84*, 76-84.
- Karen, S. (1993). *Helping student become strategic learners: Guidelines for teaching*. Cambridge: Brookline Books.
- Lewis, A.B., & Mayer, R. E. (1987). Students' miscomprehension of relational statements in arithmetic word problems. *Journal of Educational Psychology, 79*, 363-371.
- Lin, P. J. (1998). A study of children's comprehension processes by using "Retelling after solving" Technique. *新竹師院學報, 11* , 187-227.
- Hegarty, M., Mayer, R. E. & Greeno, C. E. (1992). Comprehension of arithmetic word problems: Evidence from students' eye fixation. *Journal of Educational Psychology, 84*, 76-84.
- Pape, S. J. (2003). Compare word problems: Consistency hypothesis revisited. *Contemporary Educational Psychology, 28*(3), 396-421.
- Quintero, A. H. (1983). Conceptual understanding in solving two-step word problems with a

數學文字比較題語意結構對國小六年級學生解題影響之研究

- ratio. *Journal for Research in Mathematic Education*, 14(2), 102-112.
- Riley, M.S., Greeno, J.G., & Heller, J.I.(1983). Development of children's problem solving ability in arithmetic. In H.P. Ginberg(Ed.) *The development of mathematical thinking*. Orlando, FL : Academic.
- Stern, E.(1993).What makes certain arithmetic word problems involving the comparison of sets so difficult for children. *Journal of Educational Psychology*, 85, 7-23.
- Verschaffel, L., De Corte, E., & Pauwels, A. (1992). Solving compare problems : An eye movement test of Lewis and Mayer's consistency hypothesis. *Journal of Educational Psychology*, 84, 85-94.

文稿收件：2009年11月20日

文稿修改：2010年01月20日

接受刊登：2010年03月20日

The Effect of the Semantic Structure on Solving Arithmetic Word Problems for Sixth Grade Students

Li-Chun Li * Wen-Hua Chen **

Abstract

This study was based on the semantic structure of arithmetic word problems and aimed to explore the solving process of sixth grade students and their results. Furthermore, this study examined students' problem representation and operation to understand the possible reasons for unsuccessful problem solving and their solving strategies. Data were collected from 100 sixth grade students. The instrument was a self-developed test. The main finding of this study were as follows:

For sixth grade students, the questions concerning two variables with adding and subtractions operation, consistent language problems are the easiest questions; three variables with multiplication and division operation, inconsistent language problems are the most difficult questions.

* Corresponding Author: Associate Professor, Graduate Institute of Educational Psychology & Counseling, Tamkang University
Email: lichun@mail.tku.edu.tw

** Second Author: Teacher, Taipei City Wu-Chang Elementary school

數學文字比較題語意結構對國小六年級學生解題影響之研究

1. The results show the significant differences for students while solving different type of semantic structure of arithmetic word problems.
2. In consistent language arithmetic word problems, the failure is caused by wrong calculation; in inconsistent language arithmetic word problems, the failure is mainly caused by misusing operation symbols.
3. In addition and subtraction questions, most students use calculation symbols to match the key words However, in the multiplication and division questions, most students use multiplication symbols.
4. In addition and subtraction questions, most students use calculation symbols matched the keywords However, in the multiplication and division questions, most students use multiplication symbols.

According to the result, suggestions for teachers' teaching and future studies were provided.

Keywords: arithmetic word problem, semantic structure, consistent language problem, inconsistent language problem