

101 師大附中計算證明題

1. $a > 0, b > 0, \theta$ 銳角, 求 $\frac{a}{\cos \theta} + \frac{b}{\sin \theta}$ 的最小值。
2. $\triangle ABC$ 中, G 為重心。直線 L 過 G 與 \overline{AB} 和 \overline{BC} 分別交於 M 和 N 。
 $\overline{BM} = p\overline{BA}, \overline{BN} = q\overline{BC}$, 求 pq 最小值。
3. $a_1 = 2, a_{n+1} = \frac{1}{2}(a_n + \frac{1}{a_n})$, for $n \geq 1$ 。
(1) 證明 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 存在。
(2) 證明 $\sum_{n=1}^{\infty} (\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1)$ 收斂。
4. $A_{n \times n} = [a_{ij}], B_{n \times n} = [b_{ij}]$, 其中 $b_{ij} = \sum_{k=1}^n a_{ik} - a_{ij}$ 。 $\det A = a$, 求 $\det B$ (以 a 表示)。
5. 求 $\sum_{n=1}^{10} \left\lceil \frac{x}{n!} \right\rceil = 2012$ 的所有正整數解。
6. 求兩小於 1 的正數, 其和小於 1, 其積小於 $\frac{2}{9}$ 的機率。
7. $P(a, b)$ 在 $x^2 + y^2 = 5$ 上, 求滿足 $\log_2(b - a) - \log_8(3b - 5a) = 0$ 的所有點 P 。