

數學科試題

共 2 頁

一、填充題 (每題 6 分, 共 42 分)

1. 若 a 是 $\sqrt{1-\frac{1}{x}} + \sqrt{x-\frac{1}{x}} = x$ 的解, 則 $a = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ 。

2. 在坐標平面上, O 為原點, 從曲線 $xy = 1 (x > 0)$ 上兩點 A, B , 分別作 \overline{AP} 垂直 x 軸, 垂足為 P ; 作 \overline{BQ} 垂直 x 軸, 垂足為 Q 。已知 $\triangle OAP$ 的周長為 $\triangle OBQ$ 周長的 5 倍, 則 $\triangle OAP$ 的內切圓半徑是 $\triangle OBQ$ 內切圓半徑的 $\frac{1}{5}$ 倍。

3. 已知直線 L 過點 $M(-2, 1, 2)$ 且與平面 $2x + 3y - z + 1 = 0$ 平行並與直線 $\frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-1}{1}$ 相交, 則 L 的方程式為 $\frac{x+2}{7} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z-2}{2}$ 。(以對稱比例式表示)

4. 設 a 為實數, 若函數 $y = \log_a(-x^2 + \log_{2a} x)$ 在 $0 < x < \frac{1}{2}$ 均為實數, 則 a 的範圍為 $\frac{1}{32} \leq a < \frac{1}{2}$ 。

5. 求積分 $\int_4^{+\infty} \frac{dx}{(x-2)^4 \sqrt{x^2-4x+3}} = \frac{2}{3} - \frac{3\sqrt{3}}{8}$ 。

6. 在 $\triangle ABC$ 中, $\overline{AB} = 4$, $\overline{AC} = 6$ 。若 E 為 $\triangle ABC$ 的外心, 則向量內積 $\overline{AE} \cdot \overline{BC}$ 的值為 10 。

7. 函數 $f(x) = 3(2^x) + 5(2^{-x}) + 7$ 圖形的對稱軸方程式為 $x = \frac{1}{2} \log_2 \frac{5}{3}$ 。