

桃園市 105 年國民中學新進教師甄選【專門科目：數學科】試題卷

※注意事項：1、答案請畫在答案卡上，如寫在試題卷上一律不計分。

2、提早繳卷者，請將答案卡與試題卷一併交回。

3、本試題卷共 2 頁。

單一選擇題：請依照題意，從四個選項中選出一個正確或最佳的答案（共 25 題，每題 4 分，合計 100 分）

- 甲乙兩人共解一題計算證明題。已知甲能解出之機率為 $\frac{3}{4}$ ，乙能解出之機率為 $\frac{2}{3}$ ，求此題被解出之機率。
 (A) $\frac{11}{12}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{5}{6}$ (D) $\frac{7}{9}$
- 已知三次多項式 $f(x)$ 滿足 $f(1)=f(2)=0$ ， $f(3)=2$ 與 $f(4)=18$ ，則 $f(5)$ 的值為何？
 (A) 30 (B) 36 (C) 45 (D) 60
- 設 x 為實數，求 $f(x)=\frac{x^2}{(1+x^2)^3}$ 的最大值。
 (A) $\frac{1}{8}$ (B) $\frac{9}{16}$ (C) $\frac{4}{27}$ (D) $\frac{9}{64}$
- 對任意兩實數 x, y ，定義一運算如下：
 $x \bullet y = \frac{2xy}{ax+by}$ ，其中 a, b 為常數。若 $1 \bullet 2 = 1$ 且 $2 \bullet 3 = 3$ ，求 $2 \bullet (-1) = ?$
 (A) $\frac{3}{4}$ (B) $\frac{4}{5}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{1}{3}$
- 設兩集合 $A = \{x+1, y, z\}$ ， $B = \{x+2, 3, 4\}$ ，若 $A = B$ ，則 (x, y, z) 共有幾組解？
 (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7
- 甲、乙兩人各從 1 到 9 任選三個相異整數（兩人互不影響），則兩人所選的數中恰有一數相同的機率為何？
 (A) $\frac{3}{14}$ (B) $\frac{9}{28}$ (C) $\frac{15}{28}$ (D) $\frac{16}{21}$
- $(307^{21} + 45)^{22}$ 除以 50 的餘數為何？
 (A) 4 (B) 12 (C) 18 (D) 24
- 令 $f(x) = \frac{(x-2)(x-4)(x-6)(x-8)}{x-1}$ ，求 $f'(2) = ?$
 (A) -48 (B) 0 (C) 32 (D) 不存在
- 設 $f(x)$ 為實係數五次多項式，且 $f(2+i)=0$ ， $f(1-3i)=0$ ；則函數 $y=f(x)$ 的圖形與 x 軸有幾個交點？
 (A) 3 (B) 2 (C) 1 (D) 1 或 0
- 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\overline{AB}=17$ ， $\overline{BC}=10$ ， $\overline{AC}=9$ ，則 $\triangle ABC$ 的外接圓半徑為何？
 (A) $4\sqrt{7}$ (B) 20 (C) $\frac{85}{8}$ (D) $\frac{85}{4}$
- 設 $A = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$ ，求最小自然數 n 使得 $A^n = I$ 。
 (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6
- 設 $\{a_n\}$ 為一個等差數列，已知首項 $a_1=1$ ，末項 $a_m=2299$ ($m>4$)，若公差為正整數，則 m 的所有可能值的和為何？
 (A) 2299 (B) 3449 (C) 4607 (D) 5022
- 在 $\pi < x \leq 2\pi$ 的範圍內，函數 $y=2(\sin(30^\circ-x)-\cos x)$ 的最大值為何？
 (A) 1 (B) $\frac{3}{2}$ (C) 2 (D) $2\sqrt{2}$
- 已知 $(x-2)f(x)$ 除以 x^3+2x+1 的餘式為 $2x^2+5$ ，若 $f(x)$ 除以 x^3+2x+1 的餘式為 ax^2+3b ，求 $a-3b=?$
 (A) -2 (B) -1 (C) 1 (D) 2
- 試求 $\int_0^\pi \int_0^{\cos y} x \sin y \, dx \, dy$ 。
 (A) $-\frac{1}{3}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) 0
- 若 $\triangle ABC$ 之三邊長 a, b, c 滿足等式 $(a+b+c)(a+b-c)=(2-\sqrt{2})ab$ ，則 $\cos \angle C = ?$
 (A) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (C) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ (D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

桃園市 105 年國民中學新進教師甄選【專門科目：數學科】試題卷

17. 由 1、2、3、4、5、6、7、8、9 共九個數字中，隨機選取三個相異數字為一組，則下列敘述何者錯誤？

- Ⓐ 三數為連續整數的情形有 7 種
- Ⓑ 三數能形成等比數列的情形有 3 種
- Ⓒ 三數皆為奇數的情形有 10 種
- Ⓓ 三數的乘積為偶數的情形有 74 種

18. 假設滿足 125 整除 $n^2 + n - 90$ 的所有正整數 n 中，最小的兩個 n 的值分別為 a 和 b ，求 $a + b$ 的值。

- Ⓐ 120 Ⓑ 122 Ⓒ 124 Ⓓ 126

19. 求 $(1 + x + x^2)^5$ 展開式中 x^6 的係數。

- Ⓐ 30 Ⓑ 42 Ⓒ 45 Ⓓ 48

20. 已知 $A(-2,0), B(1,0), C(0,3)$ 為平面上三個點，動點 P 滿足 $3\overrightarrow{CP} \cdot \overrightarrow{AB} = |\overrightarrow{AP}|^2 - 2|\overrightarrow{BP}|^2$ 。求 P 點之軌跡方程式的圖形所圍成的面積。

- Ⓐ $\frac{3}{4}\pi$ Ⓑ $\frac{5}{4}\pi$ Ⓒ $\frac{7}{4}\pi$ Ⓓ $\frac{9}{4}\pi$

21. 方程式 $2x^4 + x^3 - 7x^2 - 9x + 6 = 0$ 的所有實數根的總和為何？

- Ⓐ $-\frac{1}{2}$ Ⓑ 0 Ⓒ $\frac{3}{2}$ Ⓓ $\frac{5}{2}$

22. 已知 $3x + 2\sqrt{3}y + 4z = 0$ ，則對於實數 x, y, z 的關係式，下列敘述何者正確？

- Ⓐ $y^2 > 4xz$ Ⓑ $y^2 \geq 4xz$ Ⓒ $y^2 < 4xz$ Ⓓ $y^2 \leq 4xz$

23. 從 3, 6, 9, ..., 1005 這些 3 的倍數中至少要取出多少個不重複的數，才會使得取出的這些數中一定會有兩個數的和為 1020？

- Ⓐ 171 Ⓑ 172 Ⓒ 173 Ⓓ 174

24. 已知二直線 $3x + y - 4 = 0$ 和 $2x - y + 1 = 0$ 與拋物線 $ax^2 + y - 2b = 0$ 均相切，求 $a + b = ?$

- Ⓐ $-\frac{23}{54}$ Ⓑ $-\frac{17}{60}$ Ⓒ $\frac{19}{50}$ Ⓓ $\frac{7}{18}$

25. 已知 $\triangle ABC$ 中， $BC = a$ ， D 是 BC 的中點， $\angle BAD$ 為直角， $\angle DAC = 30^\circ$ ，求 AC 之長為何？

- Ⓐ $\frac{a}{\sqrt{7}}$ Ⓑ $\frac{2a}{\sqrt{7}}$ Ⓒ $\frac{a}{\sqrt{10}}$ Ⓓ $\frac{2a}{\sqrt{10}}$

-----試題結束-----

敬祝金榜題名