

# 桃園市 104 年國民中學新進教師甄選【專門科目：數學科】試題卷

※注意事項：1、答案請畫在答案卡上，如寫在試題卷上一律不計分。

2、作答完畢，請將試題卷及答案卡一併交回。

3、本試題卷共 2 頁。

單一選擇題：請依照題意，從四個選項中選出一個正確或最佳的答案（共 25 題，每題 4 分，合計 100 分）

1. 求  $\lim_{n \rightarrow \infty} (1 - \frac{1}{2^2})(1 - \frac{1}{3^2})(1 - \frac{1}{4^2}) \cdots (1 - \frac{1}{n^2}) = ?$

- (A) 2 (B) 1 (C) 0 (D)  $\frac{1}{2}$

2. 求重積分  $\int_0^1 \int_y^1 e^{-x^2} dx dy = ?$

- (A)  $\frac{e+1}{2e}$  (B)  $\frac{e-1}{2e}$  (C)  $\frac{2e}{e-1}$  (D)  $\frac{2e}{e+1}$

3. 袋中有紅球 4 個，白球 3 個，每顆球被取到的機會均相等。阿瑄每次從袋中取出 1 球記錄其顏色，接著，除了將原球放回袋中，並再多放 1 個同色(同大小)球到袋中(例如：若第一次取出紅球，則放回 2 個紅球，此時袋中有紅球 4 個，白球 4 個，共 8 個球)，則阿瑄在第三次取到白球的機率為何？

- (A)  $\frac{3}{7}$  (B)  $\frac{3}{8}$  (C)  $\frac{4}{9}$  (D)  $\frac{5}{11}$

4. 設  $\triangle ABC$  是一個面積為 5 的直角三角形， $\angle B = 90^\circ$ ， $D$ 、 $E$  分別在  $\overline{BC}$ 、 $\overline{AB}$  上且

$\overline{BD}:\overline{DC} = 4:3$ ， $\overline{AE}:\overline{EB} = 2:5$ ，求  $\overline{DE}$  之最小值？

- (A)  $\frac{20}{7}$  (B)  $\frac{12}{7}$  (C)  $\frac{14}{7}$  (D)  $\frac{18}{7}$

5. 求  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = ?$

- (A)  $\ln(8)$  (B)  $\ln(11)$  (C)  $\ln(2)$  (D)  $\ln(5)$

6. 設 2 位女生 3 位男生，要坐在 9 個排成一列的座位等候面試，若 2 位女生相鄰而坐，3 位男生也相鄰而坐，男生與女生之間，可以有空位，也可以沒有空位，試問：共有幾種坐法？

- (A) 360 (B) 240 (C) 60 (D) 30

7. 設  $L_1: \frac{x-3}{2} = \frac{y-5}{3} = \frac{z-3}{2}$ ， $L_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y+4}{2} = \frac{z+2}{2}$

，若  $A$  在  $L_1$  上， $B$ 、 $C$  二點在  $L_2$  上使  $\triangle ABC$  為正三角形，則  $\triangle ABC$  的面積最小為何？

- (A)  $3\sqrt{3}$  (B)  $2\sqrt{3}$  (C)  $\sqrt{3}$  (D) 1

8. 數列滿足  $a_{n+1} = \frac{b_n + c_n}{2}$ ， $b_{n+1} = \frac{a_n + c_n}{2}$ ， $c_{n+1} = \frac{b_n + a_n}{2}$ ，

其初始條件為  $a_1 = a$ ， $b_1 = b$ ， $c_1 = c$ ，

則極限  $\lim_{n \rightarrow \infty} c_n = ?$

- (A)  $\sqrt{abc}$  (B)  $\sqrt[3]{abc}$  (C)  $\frac{a+b+c}{3}$  (D)  $\frac{a+b+c}{2}$

9. 設方程式  $ax^2 + bx + c = 0$  的兩根和為  $S_1$ ，兩根平方和為  $S_2$ ，兩根立方和為  $S_3$ ，求  $aS_3 + bS_2 + cS_1 + 9 = ?$

- (A) 9 (B) 10 (C) 7 (D) 8

10. 直線  $2x - y + 1 = 0$  以  $(0, 1)$  為中心，逆時針方向轉  $45^\circ$  後之方程式為  $ax + y - 1 = 0$ ，求  $a = ?$

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

11. 滿足  $x^{2015} + y^{2015} = z^{2015}$  的正整數解  $(x, y, z)$  共有多少組？

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 無限多組

12. 令實數  $x, y, z$  滿足  $x + y + z = 26$  及  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 28$ ，

求  $\frac{x}{y} + \frac{y}{z} + \frac{z}{x} + \frac{x}{z} + \frac{z}{y} + \frac{y}{x}$  之值？

- (A) 725 (B) 270 (C) 365 (D) 2013

# 桃園市 104 年國民中學新進教師甄選【專門科目：數學科】試題卷

13. 已知  $\triangle ABC$  中， $\angle B$  為銳角，點  $D$  為邊  $\overline{BC}$  上的點

且  $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ ，點  $E$  為邊  $\overline{AB}$  上的點且  $\overline{CE} \perp \overline{AB}$ 。

若  $\frac{2\overline{BD}}{\overline{BC}} = \frac{2\overline{BE}}{\overline{AB}} = 1$  時，則  $\triangle ABC$  為何種三角形？

- (A) 正三角形 (B) 等腰直角三角形  
(C) 直角三角形 (D) 以上皆非

14. 已知平面上的二點  $A(1, 1)$ 、 $B(5, -2)$ ，且  $C$  為圖形  $(x+1)^2 + (y+1)^2 = 4$  上的一點，則  $\triangle ABC$  的最大面積為何？

- (A)  $10\sqrt{2}$  (B) 12 (C)  $4\sqrt{2}$  (D) 2

15. 以  $O$  為原點之坐標平面，若

$\overrightarrow{OP} = (3\sin\alpha + \cos\beta, \sin\alpha + 3\cos\beta)$ ， $0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{6}$ ，

$0 \leq \beta \leq \frac{\pi}{3}$ ，則  $\overrightarrow{OP}$  之一切  $P$  點之集合的面積為？

- (A) 1 (B) 1.5 (C) 2 (D) 2.5

16. 有 6 位同學的數學與英文成績如下表，試問：英文成績 ( $Y$ ) 對數學成績 ( $X$ ) 的迴歸直線方程式的斜率為何？

數學成績 (分) $X$	65	85	95	65	75	65
英文成績 (分) $Y$	50	70	70	40	70	60

- (A)  $\frac{1}{2}$  (B)  $\frac{3}{4}$  (C)  $-\frac{1}{2}$  (D)  $-\frac{3}{4}$

17. 在  $6|x| + 4|y| \leq 12$  的條件下，求  $2x - 3y$  的最大值？

- (A) 9 (B) 10 (C) 8 (D) 以上皆非

18. 求  $3(x^2 + y^2)^2 = 100xy$  的圖形在點  $(3, 1)$  的切線斜率？

- (A)  $\frac{13}{9}$  (B)  $\frac{9}{13}$  (C)  $\frac{11}{9}$  (D)  $\frac{9}{11}$

19. 設函數  $f(x)$  滿足  $f(m)f(n) = f(m+n)$ ，且已知  $f(3) = 4$  則  $f(\frac{9}{2}) = ?$

- (A) 10 (B) 8 (C) 6 (D) 4

20. 已知一平行四邊形  $ABCD$  兩對角線的長分別為

$\overline{AC} = 8$  和  $\overline{BD} = 10$ ，則  $\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2$  的值為多少？

- (A) 72 (B) 82 (C) 144 (D) 164

21. 已知  $a, b$  為不等於 1 的正有理數，且方程式

$x^2 - x \log_b^a + \frac{a}{b} = 0$  的兩根為  $\log_a^b$  及  $\log_a^{b^3}$ ，求  $a, b$  的值？

- (A)  $a = \frac{8}{13}$ ,  $b = \frac{5}{4}$  (B)  $a = \frac{7}{16}$ ,  $b = \frac{4}{3}$   
(C)  $a = \frac{9}{16}$ ,  $b = \frac{3}{4}$  (D)  $a = \frac{5}{13}$ ,  $b = \frac{3}{7}$

22. 試問：曲線  $r = 1 + \cos\theta$ ， $0 \leq \theta \leq \pi$ ，繞  $x$  軸

旋轉所得旋轉體的表面積為何？

- (A)  $6\pi$  (B)  $\frac{32}{5}\pi$  (C)  $7\pi$  (D)  $\frac{38}{5}\pi$

23. 設  $I$  為  $\triangle ABC$  的內心且  $\overrightarrow{AI} = \frac{4}{9}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ ，

若  $\overline{BC} = 10$ ，求  $\overline{AB}$  的長？

- (A) 14 (B) 15 (C) 16 (D) 17

24. 令  $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}$ ，求  $\det(A) = ?$

- (A) 10 (B) 9 (C) 6 (D) 5

25. 已知  $a, b$  為實數且  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{a + |3 - 3x - x^2|}{1 - x} = b$ ，試問：

$a + b$  的值為何？

- (A) 4 (B) 6 (C) -4 (D) -6

-----試題結束-----

敬祝金榜題名