

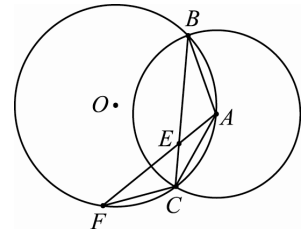
國立屏東女子高級中學 101 學年度教師甄試 數學科 試題

第一部分、填充題(每題 4 分，共計 56 分)

【說明】：請將答案依照題號書寫於答案卷的第一面，不需計算過程。

1. 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A, \angle B, \angle C$ 所對的邊分別為 a, b, c ，若已知 $c = 20$ ， $\frac{\cos A}{\cos B} = \frac{b}{a} = \frac{4}{3}$ ，則 $\triangle ABC$ 面積為何？

2. 如圖，設兩圓以 O 點及 A 點為圓心，且 A 點在另一圓之圓周上，兩圓相交於 B, C 兩點；設 F 點在以 O 為圓心之圓上， \overline{AF} 與 \overline{BC} 相交於 E 點。已知 $\overline{AE} = 1$ ， $\overline{EF} = 3$ ，求 \overline{AB} 。

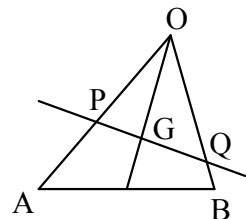


3. 設一直角三角形的斜邊長與一股長的和為 6，試求此直角三角形的面積產生最大值時的各邊長。
4. 設 $f(x)$ 為三次多項式，且 $f(1999) = 1$ ， $f(2000) = 9$ ， $f(2001) = 8$ ， $f(2002) = 5$ ，則 $f(2003)$ 之值為何？
5. 已知公比大於 1 的等比數列 $\{a_n\}$ ，其前 n 項和為 S_n ，且 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{5^n} = \frac{1}{2}$ ，則此數列第 3 項 a_3 之值為何？

6. 一個正 n 邊形，其頂點 A_1, A_2, \dots, A_n 皆落在單位圓 C 上，若點 $P(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$ 為坐標平面上一點，則 $\left| \sum_{k=1}^n \overrightarrow{PA_k} \right| = ?$

7. 甲要走樓梯上樓，樓梯共有 11 階。若每步僅跨一或二階，且第 7 階因堆滿雜物必須直接跨過，則甲上樓共有多少種走法？
8. 設 $a > 0$ ， $O(0, 0)$ 為原點。在拋物線 $ay = a^2 - x^2$ 上取一點 $P(s, t)$ ， $s > 0$ 。過 P 點作拋物線之切線交 x 軸， y 軸於 Q, R 兩點。當 P 點變動時，求 $\triangle OQR$ 面積的最小值。

9. 設 G 為 $\triangle OAB$ 的重心 G ，過 G 的直線與 \overline{OA} 、 \overline{OB} 交於 P, Q 點(如右圖)，若 $\overline{OP} = h\overline{OA}$ ， $\overline{OQ} = k\overline{OB}$ ，且 $\frac{\triangle OPQ \text{面積}}{\triangle OAB \text{面積}} = \frac{9}{20}$ ，則 $h^2 + k^2$ 之值 = ?



10. 若 P、A、B 分別為橢圓 $\Gamma: \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ 、圓 $C_1: (x-3)^2 + y^2 = 1$ 、圓 $C_2: (x+3)^2 + y^2 = 2$ 上的任一點，則 $\overline{PA} + \overline{PB}$ 的最小值為何？
11. 若曲線 $y = 2x - x^2$ 與 x 軸所圍部分面積被直線 $y = mx$ 二等分，則實數 m 之值為何？
12. 已知方程式 $\sin^2 x - (2a+1)\cos x - a^2 = 0$ 有實數解，則實數 a 的範圍為何？
13. 已知函數 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}ax^2 + bx$ 在區間 $[-1, 1)$ 、 $(1, 3]$ 內各有一個極值點，求 $a^2 - 4b$ 的最大值。
14. 設函數 $f(x)$ 滿足： $af(x) + bf\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{c}{x}$ (其中 a, b, c 均為常數，且 $|a| \neq |b|$)，則 $f'(x) = ?$

國立屏東女中 教師甄試 數學科試題卷 填充題簡答

第一部分、填充題(每題 4 分，共計 56 分)

1. 96 2. 2 3. $2, 2\sqrt{3}, 4$ 4. 7 5. 50 6. n 7. 39
8. $\frac{4\sqrt{3}}{9}a^2$ 9. $\frac{369}{400}$ 10. $9 - \sqrt{2}$ 11. $2 - \sqrt[3]{4}$ 12. $-\frac{5}{4} \leq a \leq 1 + \sqrt{2}$
13. 16 14. $-\frac{c}{a^2 - b^2} \left(\frac{a}{x^2} + b \right)$