

新北市 100 學年度國民中學正式教師甄選試題

科目：數學科

— 考生作答說明 —

- 一、請核對答案卡科目、准考證號碼是否與准考證內容相符，如果不符，請立即向監試人員反應。
- 二、題目如涉及計算，禁止使用電子計算功能設備運算。
- 三、請使用黑色2B鉛筆於「答案卡」上畫記作答，切勿使用修正液(帶)，以免無法判讀。
- 四、答案卡與試卷須一起繳交，始可離開試場。
- 五、請務必填上准考證號碼。

准考證號碼：_____

科目：數學科

選擇題：共 40 題，每題 2.5 分，共 100 分

- (C) 1. 已知點 E 在邊長為 1 的正方形 $ABCD$ 內部，且 $\triangle CDE$ 為正三角形，則 $\triangle ADE$ 的面積為何？
(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{1}{5}$
- (A) 2. 在坐標平面上 $L_1: x-y=0$ 、 $L_2: x-y=h$ ， $h < 0$ 、 $L_3: y=-\frac{5}{2}$ 及 x 軸四條直線圍出一個面積為 10 的平行四邊形，若直線 L_2 與 y 軸交於點 $(0, k)$ ，則 $k+h$ 為何？
(A) 0 (B) 2 (C) 4 (D) 8
- (C) 3. 已知鈍角三角形之三邊長分別為 11、15、 k ，且 k 為整數，則 k 的最大值為何？
(A) 15 (B) 20 (C) 25 (D) 30
- (A) 4. 已知圓 O 半徑為 1，若長度為 1 的線段和圓 O 相切於線段中點，則所有滿足此性質的線段所占的面積為何？
(A) $\frac{\pi}{4}$ (B) $\frac{\pi}{2}$ (C) π (D) 2π
- (C) 5. 在坐標平面上共有幾條直線，會使得點 $A(1, 0)$ 到此直線之距離為 1，且 $B(4, 0)$ 到此直線之距離為 2？
(A) 1 條 (B) 2 條 (C) 3 條 (D) 4 條
- (B) 6. 設直角三角形 ABC 中， $\angle B$ 為直角，且以 \overline{AB} 為直徑的圓交 \overline{AC} 於 P 點，若 $\overline{AB}=8$ ， $\overline{BC}=6$ ，則 \overline{AP} 的長為何？
(A) $\frac{31}{5}$ (B) $\frac{32}{5}$ (C) $\frac{33}{5}$ (D) $\frac{34}{5}$
- (C) 7. 若空間中一球面 S 與兩平面 $z=0$ 及 $z=4$ 相交的圓面積皆為 36π ，則 S 與平面 $z=1$ 相交的圓面積為何？
(A) 37π (B) 38π (C) 39π (D) 40π
- (D) 8. 在 $\triangle ABC$ 中， \overline{BC} 的中垂線交 \overline{AB} 於 P 點，交 \overline{BC} 於 H 點。已知 $\overline{BP}=18$ ， $\overline{AP}=6$ ， $\overline{BC}=12$ ，且 $\triangle ABC$ 的面積為 96，則 \overline{PH} 的長度為何？
(A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 12

- (D) 9. 一個正立方體的八個頂點中，有四個頂點彼此之間的距離都是 2，則此立方體的體積為何？
 (A) 1 (B) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ (C) 2 (D) $2\sqrt{2}$
- (A) 10. 在 $\triangle ABC$ 中， \overline{BC} 的中垂線分別與 \overline{BC} 交於 D 點，和 \overline{AB} 交於 E 點。若 $\overline{ED} = 4$ ， $\overline{AE} = 10$ ， $\overline{BC} = 6$ ，則 $\triangle ABC$ 面積為何？
 (A) 36 (B) 24 (C) 20 (D) 16
- (C) 11. 若點 $P(m, n)$ 為點 $A(7, -1)$ 對於直線 $x - 2y - 4 = 0$ 的對稱點，則 $m + n$ 之值為何？
 (A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9
- (D) 12. 已知點 E 在正方形 $ABCD$ 內部，且三角形 CDE 為正三角形，則三角形 CDE 面積與三角形 ADE 面積之比值為何？
 (A) 1 (B) $\sqrt{2}$ (C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (D) $\sqrt{3}$
- (D) 13. 已知直線 $L: x - 2y - 4 = 0$ 與點 $A(7, -1)$ ，點 $B(3, -3)$ ，若點 $P(m, n)$ 在直線 L 上移動，則 $\overline{AP} + \overline{BP}$ 有最小值時， $m + n$ 的值為何？
 (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4
- (B) 14. 已知坐標平面上兩定點 $A(-1, 3)$ ， $B(2, 1)$ ，若動點 C 在 x 軸上，則三角形 ABC 周長的最小值為何？
 (A) $4 + \sqrt{13}$ (B) $5 + \sqrt{13}$ (C) $3\sqrt{13}$ (D) $4\sqrt{13}$
- (D) 15. 已知三角形三邊長分別為 10、13、 k ，則滿足此三角形為鈍角三角形的整數 k 有幾個？
 (A) 17 (B) 15 (C) 13 (D) 11
- (A) 16. 已知直線 $L: \frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+1}{2}$ 和球面 $S: x^2 + y^2 + z^2 = 26$ 交於兩點，則此兩點間的距離為何？
 (A) $3\sqrt{6}$ (B) $2\sqrt{6}$ (C) $\sqrt{6}$ (D) $\frac{\sqrt{6}}{2}$
- (C) 17. 一樓到二樓共有 10 級樓梯，若規定每步只能跨上一級或二級，則總共有幾種走法可以由一樓登上二樓。
 (A) 55 (B) 74 (C) 89 (D) 115
- (D) 18. 設一片鉛板可降低輻射強度 10%，則至少需要幾片相同鉛板重疊起來，才能使通過的輻射強度

為原來強度的 $\frac{1}{3}$ 以下。

- (A) 5 (B) 7 (C) 9 (D) 11

- (C) 19. 設三角形 ABC 三個頂點坐標分別為 $A(0, 2)$ 、 $B(\frac{1}{n}, 0)$ 、 $C(-\frac{1}{n}, 0)$ ，其中 n 為正整數。若此三角形的外接圓直徑長為 D_n ，則 $\lim_{n \rightarrow \infty} D_n$ 為何？

- (A) $\sqrt{2}$ (B) $\sqrt{3}$ (C) 2 (D) $\sqrt{5}$

- (A) 20. 設數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足 $a_1 = \sqrt{3}$ ， $a_{n+1} = \sqrt{3+2a_n}$ ， $n = 1, 2, 3, \dots$ 。則 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 之值為多少？

- (A) 3 (B) $\sqrt{10}$ (C) 4 (D) 5

- (D) 21. 設 $M = \{A \mid A = [a_{ij}]_{3 \times 3}, a_{ij} \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}\}$ 。若從 M 中隨機任取一矩陣 A ，則此矩陣 A 為對稱矩陣 ($A = A^T$) 之機率為何？

- (A) $\frac{1}{6}$ (B) $\frac{1}{36}$ (C) $\frac{1}{120}$ (D) $\frac{1}{216}$

- (C) 22. 已知 $A = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}$ ，則使得 $A^n = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ 的最小正整數 n 之值為多少？

- (A) 6 (B) 10 (C) 12 (D) 15

- (D) 23. 設 $f(x) = ax^2 + x + 2$ ， $a \neq 0$ ， $g(x) = 4x^2 + bx + c$ ，若 $f(10) = g(10) - 3$ ， $f(20) = g(20) - 3$ ， $f(30) = g(30) - 3$ ，則 $a + b + c$ 之值為何？

- (A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10

- (B) 24. 在正方形 $ABCD$ ， $A(3, 2)$ 、 $B(7, 3)$ 、 C 點在第一象限， $D(x, y)$ ，則 $x + y$ 之值為何？

- (A) 6 (B) 8 (C) 10 (D) 12

- (C) 25. 已知 $y = \frac{1+i}{1+\sqrt{3}i}$ ， $i = \sqrt{-1}$ ，若 y^n 為實數，則 n 之最小正整數值為何？

- (A) 8 (B) 10 (C) 12 (D) 14

- (B) 26. 若將一張長 160 公分、寬 100 公分的長方形紙張，剛好剪出 n 個正方形 (面積大小可以不相同)，則 n 的最小值為多少？

- (A) 4 (B) 5 (C) 10 (D) 16

- (A) 27. 若二圖形 $x^2 + y^2 = k$ 和 $x^2 + y^2 + 8x = 33$ ，只有在 k 滿足 $a \leq k \leq b$ 時，才会有交點，則 $b - a$ 之值為何？

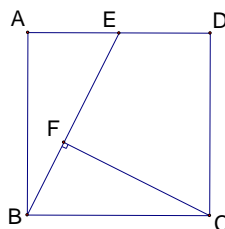
- (A) 112 (B) 56 (C) 14 (D) 7

(B) 28. 設函數 f 滿足 $f(n) = \begin{cases} n+3, & n \text{ 爲奇數} \\ \frac{n}{2}, & n \text{ 爲偶數} \end{cases}$ ，其中 $n \in \mathbb{N}$ ，若一奇數 k 使得 $f(f(f(k))) = 39$ ，則 $f(k)$ 爲

何？

- (A) 154 (B) 156 (C) 158 (D) 161

(B) 29. 如右圖，在正方形 $ABCD$ 中， E 爲 \overline{AD} 中點， F 在 \overline{BE} 上，且 $\overline{CF} \perp \overline{BE}$ ，若正方形 $ABCD$ 的邊長爲 4，則四邊形 $CDEF$ 之面積爲何？



- (A) 8 (B) $\frac{44}{5}$ (C) $4\sqrt{5}$ (D) 9

(C) 30. 設實數數列 $\langle a_n \rangle$ ，滿足 $a_1 = 1$ 且 $a_{n+1}^3 = 99a_n^3$ ， $n = 1, 2, 3, \dots$ ，則 a_{31} 之值爲何？

- (A) 33^{10} (B) 33^{30} (C) 99^{10} (D) 99^{30}

(A) 31. 若 x, y, z 均爲正數，且滿足 $x + \frac{1}{y} = 5$ ， $y + \frac{1}{z} = 2$ ， $z + \frac{1}{x} = 1$ ，則 $x \cdot y \cdot z$ 的乘積爲何？

- (A) 1 (B) 2 (C) 5 (D) 10

(B) 32. 設 α, β 爲二次方程式 $x^2 - 63x + k = 0$ 的二根，若 α, β 均爲質數，則 $|\alpha - \beta|$ 之值爲何？

- (A) 61 (B) 59 (C) 47 (D) 31

(D) 33. 若 n 爲一整數且 $\frac{n}{30-n}$ 爲一整數的完全平方，則 n 有幾種可能？

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

(A) 34. 設 $f(x) = x^2 - 3x + 4$ ， $g(x) = \frac{3x-4}{2x+1}$ ，若對於某一正整數 n ， $g(n)$ 亦爲正整數，則 $f(n)$ 之值爲何？

- (A) 14 (B) 15 (C) 16 (D) 17

(B) 35. 已知正整數 n 除以 7 餘 2，則 n^{2011} 除以 7 的餘數爲何？

- (A) 1 (B) 2 (C) 4 (D) 6

(B) 36. 已知 $f(x) = x^3 - 18x^2 + 32x + 5$ ， $g(x) = \sqrt{x^2 + 6x + 48}$ ，若對於正整數 n ， $g(n)$ 亦爲正整數，則

$f(n)$ 之值為何？

- (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7

(D) 37. 設 $f(x) = x^4 + ax^3 + 7x^2 + bx - 3$ ，若 $f(x)$ 除以 $x-1$ 餘 3，且 $f(x)$ 除以 $x+2$ 餘 63，則 $f(x)$ 除以 $x-3$ 的餘式為何？

- (A) 3 (B) 23 (C) 43 (D) 63

(C) 38. 某次考試有 40 題單一選擇題，每題有四個選項，答對一題可得 2.5 分，答錯得 0 分，某考生確定有 28 題答對，有 4 題確定四個選項中有兩個選項不正確，因此他從剩下的兩個選項分別猜選一個，另外 8 題完全亂猜，則他這次考試的期望值為多少分？

- (A) 90 (B) 85 (C) 80 (D) 75

(B) 39. 袋中有 10 個相同的球，分別標示為 1, 2, 3, ..., 10 號，若自袋中隨機取出二個球，則此兩球標號和為偶數的機率為何？

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{4}{9}$ (C) $\frac{5}{9}$ (D) $\frac{2}{5}$

(C) 40. 設 E, A, S, Y 分別代表不同的阿拉伯數字；若 $(EA) \cdot (SA) = YYY$ ，且 $EA < SA$ ，則 $E+A+S+Y$ 之和為多少？

- (A) 19 (B) 20 (C) 21 (D) 22