

# 新竹縣 102 年國民中學新進教師甄選【專門科目：數學】試題卷

※注意事項：1、答案請畫在答案卡上，如寫在試題卷上一律不計分。

2、作答完畢，請將試題卷及答案卡一併交回。

3、本試題卷共 2 頁。

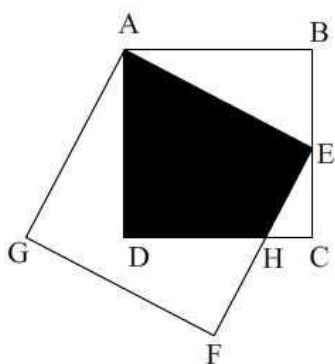
單一選擇題：請依照題意，從四個選項中選出一個最正確或最佳的答案（共 25 題，每題 4 分，合計 100 分）

1. 設  $f(x) = x \cos x + e^{-2x}$ ，則  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h) - f(0)}{h}$  之值為何？

- (A) -1 (B) -2 (C) 1 (D) 2

2. 附圖，設四邊形  $ABCD$  與四邊形  $AEFG$  均為正方形，且  $E$  恰好落在  $\overline{BC}$  之中點，若  $\overline{AB} = 4$ ，則圖中黑色部分(四邊形  $ADHE$ )面積為何？

- (A) 9  
(B) 10  
(C) 11  
(D) 12



3. 已知  $\log 3 = 0.4771$ ，設  $n$  為最小的自然數滿足  $10^{n-1} > 9^n$ ，則  $n = ?$

- (A) 19 (B) 20 (C) 21 (D) 22

4. 設  $A(0, -1)$  與  $B(\frac{6}{5}, \frac{4}{5})$  為橢圓  $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$  上之兩點，若  $C(a, b)$  為橢圓上之另一點，使得  $\triangle ABC$  面積為最大，求  $\triangle ABC$  之面積為何？

- (A)  $\frac{2+2\sqrt{10}}{5}$  (B)  $\frac{3+2\sqrt{10}}{5}$   
(C)  $\frac{2+3\sqrt{10}}{5}$  (D)  $\frac{3+3\sqrt{10}}{5}$

5. 在一段路程中，小孩走 7 步的時間，大人可走 5 步，但大人走 3 步的距離，小孩要走 7 步，若大人讓小孩先走 210 步，則大人必須走幾步才可追到小孩？

- (A) 225 步 (B) 200 步 (C) 175 步 (D) 150 步

6. 由四點  $A(0,0)$ ， $B(2,0)$ ， $C(2,1)$ ， $D(0,1)$  所圍的四邊形中任選一點  $P$ ，則  $P$  到原點的距離小於  $P$  到點  $(3,1)$  的距離之機率為何？

- (A)  $\frac{1}{2}$  (B)  $\frac{2}{3}$  (C)  $\frac{3}{4}$  (D)  $\frac{4}{5}$

7. 設  $x = \sqrt[3]{2+\sqrt{3}} - \sqrt[3]{2-\sqrt{3}}$ ，則  $x^3 + 3x + 1$  的值為何？

- (A)  $1+2\sqrt{3}$  (B)  $3+\sqrt{3}$  (C)  $6-\sqrt{3}$  (D)  $7-2\sqrt{3}$

8. 若三直線  $L_1: 2x + y - 12 = 0$ ， $L_2: 2x - y + 4 = 0$ ， $L_3: x - 2y - 2 = 0$  所圍成的三角形的內心座標為  $(x_0, y_0)$ ，則  $x_0 + 3y_0 = ?$

- (A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 12

9. 方程式  $x^2 + y^2 = 3z^2$  的整數解有幾組？

- (A) 1 組 (B) 4 組 (C) 6 組 (D) 12 組

10.  $\int_0^3 \sqrt{9-x^2} dx = ?$

- (A)  $\pi$   
(B)  $\frac{3}{2}\pi$   
(C)  $\frac{7}{4}\pi$   
(D)  $\frac{9}{4}\pi$

11. 三角形三邊長分別為 4, 5, 6，請問三角形內任意點至 3 邊距離平方和的最小值為何？

- (A) 50  
(B)  $225/44$   
(C)  $189/49$   
(D)  $289/50$

12. 已知  $x^6 + x^4 + x^2 + 1 = 0$  之六個根在複數平面上所對應的點形成一個六邊形，試求此六邊形之面積為何？

- (A)  $\sqrt{2} + 1$  (B)  $\frac{\sqrt{2}}{2} + 2$  (C)  $\frac{3\sqrt{2}}{4} + \frac{3}{2}$  (D)  $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

13.  $(1+x+2y+3z)^6$  展開化簡後，會有幾項？

- (A) 24  
(B) 18  
(C) 84  
(D) 360

14. 極坐標方程式  $r = \frac{1}{\theta}$  中， $\theta = \pi$  時的切線斜率為何？

- (A) 0  
(B) 1  
(C)  $\pi/2$   
(D)  $-\pi$

15.  $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$ ， $a_0 = a_1 = 1$ ，  
求  $a_{100} \times a_{103} - a_{101} \times a_{102}$  為何？

- (A) 0  
(B) 1  
(C) -1  
(D)  $a_{99} \times a_{98}$

16. 求  $11^{470}$  被 37 除的餘數。

- (A) 10  
(B) 9  
(C) 8  
(D) 11

17. 令  $(2x+1)^7 = a_7x^7 + a_6x^6 + a_5x^5 + \cdots + a_1x + a_0$ ，求  
 $a_7 + a_5 + a_3 + a_1$  之值。

- (A) 2121 (B) 1999 (C) 1094 (D) 2013

18. 求  $y = 4 - x^2$  與  $y = x^2$  二曲線所圍之面積

- (A)  $\frac{6\sqrt{2}}{7}$  (B)  $\frac{5\sqrt{2}}{6}$  (C)  $\frac{5\sqrt{2}}{3}$  (D)  $\frac{16\sqrt{2}}{3}$

19. 令  $S = \{(a, b, c, d) \in R^4 \mid a + c + d = 0\}$ ，  
 $T = \{(a, b, c, d) \in R^4 \mid a + b = 0, c = 2d\}$ ，求  $\dim(S \cap T)$

- (A) 2 (B) 1 (C) 3 (D) 以上皆非

20. 試求  $M = 4x + y$  的最小值，其中  $x, y$  的限制條件如下

$$\begin{aligned} 3x + y &\geq 6 \\ 4x + y &\geq 12 \\ x &\geq 2 \\ y &\geq 0 \end{aligned}$$

- (A) 10 (B) 11 (C) 12 (D) 9

21. 求  $(2x+1)(3x+1)(5x+1)(30x+1) = 10$  的實數解

- (A)  $\frac{-4 \pm \sqrt{31}}{15}$  (B)  $\frac{2 \pm \sqrt{17}}{2}$  (C)  $\frac{-3 \pm \sqrt{23}}{2}$   
(D) 以上皆非

22. 設  $\omega = \cos \frac{2\pi}{5} + i \sin \frac{2\pi}{5}$ ，求  $\frac{1}{1+\omega^2} + \frac{\omega}{1+\omega^4}$  之值為何？

- (A) -1 (B) 1 (C)  $\omega$  (D)  $\frac{1}{\omega}$

23. 求  $\int_0^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} \sin(x^2 + y^2) dy dx$  的值

- (A)  $\frac{\pi}{3}$  (B)  $\frac{\pi}{4}(1 - \cos 1)$  (C)  $\frac{\pi}{4}$  (D)  $\frac{\pi}{2}$

24. 令  $x, y, z, w$  滿足方程組

$$\begin{aligned} 2x + y + z + w &= 1 \\ x + 3y + z + w &= 2 \\ x + y + 4z + w &= 3 \\ x + y + z + 5w &= 25 \end{aligned}$$

求  $w$

- (A) 2 (B) 3 (C)  $\frac{11}{2}$  (D)  $\frac{17}{2}$

25. 假設  $A$  是  $3 \times 3$  方陣使得

$$A \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 14 \\ 5 \end{pmatrix}, A \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 22 \\ 6 \end{pmatrix}, A \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix}, \text{ 則 } A \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = ?$$

- (A)  $\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$  (B)  $\begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$  (C)  $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$  (D)  $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$