

100 年板橋高中教師甄選數學考題

★ 第 1~10 題每題 9 分，第 11 題 10 分

★ 題目詳細敘述有些已經有點忘了，不過意思大概就是這樣囉!

1. (1) $C_1^{2011} - C_3^{2011} + C_5^{2011} - C_7^{2011} + \dots - C_{2009}^{2011} + C_{2011}^{2011} = ?$
 (2) $x^4 + 3x + 5 = 0$ 有四個複數根 α 、 β 、 γ 、 δ ，若 $f(x) = x^2 - 3$ ，則 $f(\alpha) \times f(\beta) \times f(\gamma) \times f(\delta) = ?$
2. 太陽在頭頂正上方，有一個不透明的箱子，請問：
 - (1) 邊長為 a 的正方體，請問最大的陰影面積是多少?
 - (2) 長 a 、寬 b 、高 c 的長方體，請問最大的陰影面積是多少?
3. $\forall n \in \mathbb{N}$ ，證明 $(3 + \sqrt{5})^n + (3 - \sqrt{5})^n$ 為正整數，且為 2^n 的倍數。
4. 有人從地球上某個點向北走 200km、再向東走 200km、再向南走 200km，竟然回到原點，請問有可能嗎?
5. 將一個正方體垂在空中，離地平面最近的點為 A ，其三個鄰角距離平面分別是 10、11、12 個單位，則 A 距離地平面多少單位?
6. $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{100} \in \{2011, 2012, 2013, \dots, 2110\}$ ，(a_n 可重複)，定義
 $S_1 = a_1, S_2 = a_1 + a_2, S_3 = a_1 + a_2 + a_3, \dots, S_{100} = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{100}$
 若 $S_1, S_2, S_3, \dots, S_{100}$ 都不為 3 的倍數，則會有幾組 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{100}$ 滿足條件?
7. $n \in \mathbb{N}, n \geq 5, S = \{5, 6, 7, 8, \dots, n\}$ ，將 S 任意拆解成兩個子集合，必定有元素 a, b, c 使得 $ab=c$ ，試求出最小的 n 值。
8. 尺規作圖：某個三角形的鍋子，拿來煎東西，正面煎完後要翻面繼續煎，不過正常情形下整個東西翻面過來都不能剛好放進鍋子裡，請問要怎麼把東西切開來，翻面過來後能夠剛好放進整個鍋子?
9. (1) 為什麼很多人去北歐參訪? 闡述芬蘭的教育理念。
 (2) 你會如何指導學生參加數學競賽? 提出你的高見。
 (3) 你得意的事蹟(教學、獲獎等)?
 (4) 你的教育理念(並說明你的個人特質，作為甄選的參考)。
10. (題目有給圖形) 一個直角三角柱 $ABC - A'B'C'$ ， $\angle ACB = 90$ 度， $\overline{BC} = \overline{CC'} = 2$ ， $\overline{AC} = \sqrt{18}$ ，點 P 在 $\overline{BC'}$ 上，則 $\overline{PC} + \overline{PA}$ 的最小值為?
11. (題目有給圖形) 三角形 ABC ， $AB > AC$ ， D_1 在 BC 上，以 AD_1 為直徑做一圓，交 AB 於 M 點，交 AC 的延長線於 N 點。作 AP 垂直 MN 於 P 點，且 AP 交 BC 於 D_2 。作角 A 的外角平分線交 BC 的延長線於 E 點，證明： $\frac{1}{BE} + \frac{1}{CE} = \frac{1}{D_1E} + \frac{1}{D_2E}$ 。

