

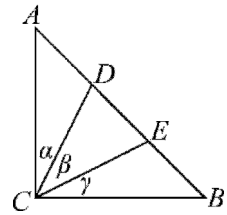
國立台南第二高級中學 100 學年度教師甄選數學科試題卷

一、填充題：每題8分

1. 若 $f(x) = (x-3)^2 - 1$ ，求 $f(|x|) = |f(x)|$ 的實數 x 的解。_____。
2. 試解方程式 $\frac{2}{\log_{x-1} 2} - (\log_2 |x^2 - 4|) + 2 = 0$ _____。
3. 平面 E 過點 $A(1, -1, 1)$ ， $B(-1, 3, 1)$ 且與平面 $x+y+1=0$ 之一交角為 $\frac{\pi}{4}$ ，求 E 的方程式。_____。
4. $a, b, c, x, y, z \in R$ ，且 $a^2 + b^2 + c^2 = 16$ ， $x^2 + y^2 + z^2 = 25$ ，則 $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ a & b & c \\ x & y & z \end{vmatrix}$ 之絕對值的最大值為_____。
5. 設函數 $f(x) = 2x^3 - 3ax^2 + 6(a-1)x - 4$ 的圖形與 x 軸正向相切，且在切點處 $f(x)$ 有極小值，求 a 之值。_____。
6. 袋中有 1 號到 9 號的球，且已知 k 號球恰有 k 個（ k 為 1 到 9 的自然數）今自袋中任取 3 個球（同號球視為相同）則取出的球有幾種情形？_____。
7. 求解方程式 $\frac{4x}{x^2 + 2x + 4} - \frac{3x}{x^2 - 3x + 4} = -\frac{7}{3}$ 。_____。
8. 從 1, 2, 3, ..., 9 等 9 個數字中，每次取出 3 個不同的數字組成三位數，試求其中能被 3 整除的所有三位數之總和。_____。

9. 三角形 ABC 中， $\angle B = 90^\circ$ ，且 $\overline{BC} = a$ ， $\overline{CA} = b$ ， $\overline{AB} = c$ ，若對任意實數 x ，恆有 $ax^2 + bx + c \geq 0$ ，求 $\tan A$ 之最大值。_____。

10. 如右圖， $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\overline{AD} = \overline{DE} = \overline{EB}$ ， $\angle ACD = \alpha$ ， $\angle DCE = \beta$ ， $\angle ECB = \gamma$ ，求 $\frac{\sin \alpha \cdot \sin \gamma}{\sin \beta} =$ _____。



二、證明題：每題 10 分

1. 設非零實數 x, y, z 滿足 $x + y + z = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 1$ ，試證： x, y, z 中至少有一個為 1。

2. 在 $\triangle ABC$ 中，設 $\overline{AB} = c$ ， $\overline{BC} = a$ ， $\overline{CA} = b$ ，若已知 $\tan \frac{A}{2} \cdot \tan \frac{C}{2} = \frac{1}{3}$

試證： a, b, c 成等差數列。

網路上提供之參考解答

第1題 $0 < x < 2$ 或 $x > 4$

第2題 $8/5$

第3題 $2x + y + 2z = 3$ 或 $2x + y - 2z = -1$

第4題 60

第5題 3

第6題 155

第7題 2 或 $(-12 + 2\sqrt{13})/7$ 或 $(-12 - 2\sqrt{13})/7$

第8題 99900

第9題 $2 + \sqrt{3}$

第10題 $1/3$