

國立基隆高中 102 學年度第 1 學期第 1 次教師甄試 **數學科** 試題卷

一、計算題：(每題 10 分；共 100 分，請在答案卷上詳述計算過程，否則不予計分。)

01. 若 $x = \sqrt{x - \frac{1}{x}} + \sqrt{1 - \frac{1}{x}}$ ，求 $x =$ _____。

02. 設 $\overline{A_0A_3} = 2$ 為一半圓的直徑， A_1, A_2 為半圓上的點，已知 $2\overline{A_0A_1} = \overline{A_1A_2} = 2\overline{A_2A_3}$ ，求 $\overline{A_1A_3} =$ _____？

03. 若實係數方程式 $x^4 - 8x^3 + 19x^2 - 3ax + a = 0$ 恰有 2 實根，且此 2 實根之和為 4，則 $a =$ _____。

04. 設 $P(4,3,1)$ ，圓 $C \begin{cases} x^2 + (y-1)^2 + (z-5)^2 = 20 \\ x + 2y + 2z = 3 \end{cases}$ ， Q 點在圓 C 上，求 \overline{PQ} 之最大值為 _____？

05. 設 x, y 為複數，且滿足聯立方程組 $\begin{cases} x + y = 5 \\ x^4 + y^4 = 97 \end{cases}$ ，試求數對 $(x, y) =$ _____。

06. 函數 $f(x), g(x)$ 滿足：

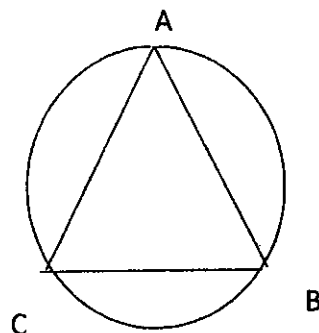
(1) $g(x) + \int_2^x f(t)dt = \frac{x^2}{2} + 2x$ (2) $f(x) \cdot g'(x) = -2x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{3}{4}$ ，試求 $f(x), g(x)$ ？(兩解)

07. 若 α 為 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 之一根； β 為 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 之一根

試求聯立方程組 $\begin{cases} (\beta^2 + \frac{1}{\beta^2})X + (\alpha^2 + \frac{1}{\alpha^2})Y = \alpha^4 + \frac{1}{\alpha^4} \\ (\alpha^3 + \frac{1}{\alpha^3})X - (\beta^3 + \frac{1}{\beta^3})Y = -(\beta^4 + \frac{1}{\beta^4}) \end{cases}$ 之解 X 為？

08. 在平面上，正 $\triangle ABC$ 外一點 T 到 $\triangle ABC$ 三頂點的距離分別為 3 公分、5 公分及 7 公分，試求正 $\triangle ABC$ 的面積為何？

09. 如圖，半徑為 r 的圓周上有一動點 P ， $\triangle ABC$ 為圓內接正三角形，試求 $\overline{AP} \cdot \overline{BP} \cdot \overline{CP}$ 之最大值？



10. 若 x, y, z 為正實數；且 $x + y^2 + z^3 = 13$ ，試求 $x^3 y^2 z$ 的最大值為何？