

新北市立國民中學 101 學年度教師聯合甄選試題

科目：數學科

— 考生作答說明 —

- 一、請核對答案卡科目、准考證號碼是否與准考證內容相符，如果不符，請立即向監試人員反應。
- 二、題目如涉及計算，禁止使用電子計算功能設備運算。
- 三、請使用黑色2B鉛筆於「答案卡」上畫記作答，切勿使用修正液(帶)，以免無法判讀。
- 四、答案卡與試卷須一起繳交，始可離開試場。
- 五、請務必填上准考證號碼。

准考證號碼：_____

科目：數學科

選擇題共 40 題 每題 2.5 分

(C)1. 某校新生編班，若每班 33 人，則會剩下 11 人，若每班 39 人，則會剩下 26 人，那麼該校新生人數必為下列哪一個數的倍數？

- (A) 77 (B) 91 (C) 143 (D) 286

(B)2. 已知 3 個連續正奇數的乘積是一個六位數 $4abcd3$ ，則此 3 個奇數之和為何？

- (A) 231 (B) 237 (C) 243 (D) 249

(B)3. 函數 $f(x) = |x + \log 2| + |x - \log 4| + |x + \log 8|$ 的最小值為何？

- (A) $4 \log 2$ (B) $5 \log 2$ (C) $6 \log 2$ (D) $7 \log 2$

(C)4. 若正整數 n 滿足 $n^2 + 101$ 是一完全平方數，則 $n = ?$

- (A) 48 (B) 49 (C) 50 (D) 51

(D)5. 下列哪一組數可以形成銳角三角形的三邊長？

- (A) $1, \sqrt{2}, 2$ (B) $\sqrt{5}, 2, 3$ (C) $\log 2, 1 + \log 2, 2 + \log 2$ (D) $\sqrt{2}, \sqrt{5}, \sqrt{6}$

(A)6. 化簡 $\sqrt{4 \cdot 2012^2 - 5 \cdot 2012 + 2013}$ 之值為何？

- (A) 4023 (B) 4013 (C) 3023 (D) 2013

(A)7. 以下 19 個數的乘積 $(1 + \frac{1}{1 \cdot 3})(1 + \frac{1}{2 \cdot 4})(1 + \frac{1}{3 \cdot 5})(1 + \frac{1}{4 \cdot 6}) \cdots (1 + \frac{1}{19 \cdot 21})$ ，可以化成哪一個分數？

- (A) $\frac{40}{21}$ (B) $\frac{41}{21}$ (C) $\frac{39}{20}$ (D) $\frac{41}{20}$

(A)8. 若 $(1+x)(1+3x^2)(1+3^2x^4)(1+3^3x^8)(1+3^4x^{16})(1+3^5x^{32})(1+3^6x^{64}) = \sum_{k=0}^{127} a_k x^k$ ，則 $a_{42} = ?$

- (A) 3^9 (B) 3^8 (C) 3^6 (D) 3^5

(D)9. 無窮級數 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}n}{10^n} = \frac{1}{10} - \frac{2}{100} + \frac{3}{1000} - \frac{4}{10000} + \cdots$ 之和為何？

- (A) $\frac{10}{61}$ (B) $\frac{10}{81}$ (C) $\frac{10}{101}$ (D) $\frac{10}{121}$

- (B)10. 若 a, b, c, d 為等差數列，且 x, y, z, w 滿足
$$\begin{cases} a + b + c + d = 50 \\ x + y + z + w = 10 \\ ax + by + cz + dw = 100 \end{cases}$$
，則 $aw + bz + cy + dx = ?$
- (A) 140 (B) 150 (C) 160 (D) 170

- (B)11. 若一無窮等比級數之和為 28，其各項平方和為 112，則此級數的公比為何？

- (A) $\frac{4}{5}$ (B) $\frac{3}{4}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{1}{2}$

- (D)12. $\sqrt{(x-4)^2 + (y-1)^2 + (x+y-3)^2} + \sqrt{(x-4)^2 + (y-1)^2 + (x+y-9)^2}$ 的最小值為何？

- (A) 3 (B) $2\sqrt{3}$ (C) $3\sqrt{6}$ (D) 6

- (D)13. 若 $x - 4y + z = 10$ ，則 $x^2 + 4y^2 + z^2 + 4x + 4$ 的最小值為何？

- (A) 2 (B) 12 (C) 18 (D) 24

- (A)14. 若 $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots n$ ，則 $\frac{1 \times 3 \times 5 \times \cdots \times 99}{2 \times 4 \times 6 \times \cdots \times 100}$ 可以化成下列哪一個數？

- (A) $\frac{100!}{2^{100} \times (50!)^2}$ (B) $\frac{100!}{2^{50} \times (50!)^2}$ (C) $\frac{100!}{2^{100} \times 50!}$ (D) $\frac{100!}{2^{50} \times 50!}$

- (A)15. 若聯立方程式
$$\begin{cases} 3x - y = k \\ 5x - 2y = 23 \\ x + 4y = -k \end{cases}$$
 有解，則 k 之值為何？

- (A) 13 (B) 11 (C) -5 (D) -17

- (B)16. 空間中兩平行直線 $x = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$ 與 $x - 14 = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$ 的距離為何？

- (A) $\sqrt{194}$ (B) $\sqrt{182}$ (C) 14 (D) $\sqrt{14}$

- (D)17. 下列哪一組向量線性獨立？

- (A) $(1, 1, 1), (1, 2, 2), (0, 0, 0)$ (B) $(1, 1, 1), (1, 2, 2), (2, 3, 3)$
(C) $(1, 1, 1), (1, 2, 2), (1, 0, 0)$ (D) $(1, 1, 1), (1, 2, 2), (0, 0, 1)$

- (A)18. 方陣 $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 5 \\ -1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ 的三個特徵根之和為何？

- (A) 5 (B) 3 (C) -5 (D) -3

- (C)19. 從 a, b, c, d, e, f 六數中，任取三數並計算它們的和，一共有 20 個和，這 20 個和的算數平均數為 100，則 $a + b + c + d + e + f = ?$
 (A) 100 (B) 150 (C) 200 (D) 250
- (D)20. 將編號 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 的七個球由左而右排成一列，其中 1 號球在 2 號球的左邊，2 號球在 3 號球的左邊，則有多少種不同的排法？
 (A) 360 (B) 420 (C) 640 (D) 840
- (C)21. 平面上有三個半徑都是 1 的圓，若兩兩外切，則夾在它們之間的區域面積為何？
 (A) $\pi - \frac{\sqrt{3}}{2}$ (B) $2\pi - \sqrt{3}$ (C) $\sqrt{3} - \frac{\pi}{2}$ (D) $2\sqrt{3} - \pi$
- (C)22. 若 $ABCDEFGH$ 是一正八邊形，其中四邊形 $ABCD$ 的面積為 9，則此正八邊形的面積為何？
 (A) 24 (B) 27 (C) 36 (D) 45
- (A)23. 若 $\triangle ABC$ 的三高分別為 1、 $\sqrt{3}$ 、 $\sqrt{3}$ ，則 $\triangle ABC$ 的面積為何？
 (A) $\sqrt{3}$ (B) 2 (C) 3 (D) $2\sqrt{3}$
- (C)24. 若直線 $ax + by + c = 0$ 通過一、二、四象限，其中 $a > 0$ ，則拋物線 $y = ax^2 + bx + c$ 的頂點在第幾象限？
 (A) 一 (B) 二 (C) 三 (D) 四
- (C)25. 坐標平面上，若直線 $y = ax + b$ 的圖形恆在拋物線 $y = x^2$ 的下方，則下列哪一個關係式成立？
 (A) $b^2 + 4a < 0$ (B) $b^2 - 4a < 0$ (C) $a^2 + 4b < 0$ (D) $a^2 - 4b < 0$
- (B)26. 若大小兩個三角形的三邊長乘積之比值為 $\frac{8}{5}$ ，且它們的外接圓面積的比值為 $\frac{256}{175}$ ，則此大三角形與小三角形的面積之比值為何？
 (A) $\sqrt{7}$ (B) $\frac{\sqrt{7}}{2}$ (C) $\sqrt{11}$ (D) $\frac{\sqrt{11}}{3}$
- (A)27. 設 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 3$ ， $\overline{BC} = 4$ ， $\overline{CA} = 2$ 。若點 P 是 $\triangle ABC$ 內部一點，點 P 滿足至三邊 \overline{AB} ， \overline{BC} ， \overline{CA} 的距離 x, y, z 之平方和 $x^2 + y^2 + z^2$ 最小，則 $x : y : z$ 為何？
 (A) 3 : 4 : 2 (B) 9 : 16 : 4 (C) 4 : 3 : 6 (D) 6 : 7 : 5
- (B)28. 若連續投擲一公正的骰子，則投擲到第六次時，點數 6 才出現第二次的機率為何？
 (A) $\left(\frac{5}{6}\right)^4 \left(\frac{1}{6}\right)^2$ (B) $C_1^5 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^4 \left(\frac{1}{6}\right)^2$ (C) $C_1^5 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^4 \cdot \frac{1}{6}$ (D) $C_2^6 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^4 \left(\frac{1}{6}\right)^2$

(A)29. 某國家的法庭設有陪審團制度。假設被選中參加一項刑案審判的陪審團，不論被告有罪或無罪，都有 96% 的機會做出正確的判決，又當地警方執法嚴謹，在接受法庭審判的被告當中有 98% 是真正有罪的。若已知陪審團判某被告無罪，則該名被告真的無罪的機率為何？

- (A) $\frac{24}{73}$ (B) $\frac{23}{72}$ (C) $\frac{14}{37}$ (D) $\frac{13}{36}$

(C)30. 將四個不同的球，全部任意放入三個相異的籃子裡，則恰有一個籃子沒有球的機率為何？

- (A) $\frac{2}{81}$ (B) $\frac{32}{81}$ (C) $\frac{14}{27}$ (D) $\frac{16}{27}$

(B)31. 設 A 與 B 為獨立事件， B' 為 B 的餘事件。若機率 $P(A|B') = 0.2$, $P(A \cap B) = 0.1$ ，則 $P(A \cup B) = ?$

- (A) 0.7 (B) 0.6 (C) 0.5 (D) 0.4

(C)32. 若有 2000 位學生參加數學競試，成績呈常態分配，平均數為 55 分、標準差為 7 分，則成績超過 48 分但不滿 69 分的學生約有多少位？

- (A) 1530 (B) 1580 (C) 1630 (D) 1680

(B)33. 同時投擲三粒公正的骰子，其點數和為 13 的機率為何？

- (A) $\frac{5}{72}$ (B) $\frac{7}{72}$ (C) $\frac{11}{72}$ (D) $\frac{13}{72}$

(C)34. 若 $\{a_n\}$ 為等比數列，滿足 $\sum_{n=1}^5 a_n = 1$ 且 $\sum_{n=1}^{10} a_n = 7$ ，則 $\sum_{n=1}^{15} a_n = ?$

- (A) 32 (B) 36 (C) 43 (D) 49

(C)35. 重積分 $\int_0^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} \sqrt{x^2 + y^2} dy dx = ?$

- (A) $\frac{\pi}{3}$ (B) $\frac{\pi}{4}$ (C) $\frac{\pi}{6}$ (D) $\frac{\pi}{12}$

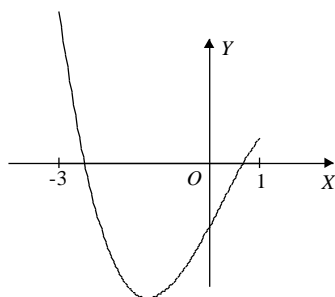
(C)36. 極限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x^2 - x + 2| - |3x - 2|}{x^5 + x} = ?$

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 不存在

(B)37. 若函數 f 的導函數為 $g(x) = x^3 + (2x - 3)^4$ ，則 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = ?$

- (A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 11

(D)38. 設 $f(x) = (3x - 2)(ax^2 + bx + c)$ 是三次多項式函數，其中 a, b, c 為實數。已知函數 $y = f(x)$ 在 $-3 < x < 1$ 的範圍內之函數圖形如下圖所示：



試問下列哪一個選項是**不正確**的？

- (A) $b^2 - 4ac > 0$ (B) $a - b + c > 0$ (C) $3c - 2b > 0$ (D) 當 $a < 0$ 時， $f(x) = 0$ 恰有一正根與二負根

(D)39. 函數 $f(x) = 3x^2 - 2x$ 在 $[1, 4]$ 中的平均值為何？

- (A) 13 (B) 14 (C) 15 (D) 16

(A)40. 若 $f(x) = x^5 \ln(4 - x)$ ，則定積分 $\int_1^3 f'(x) dx = ?$

- (A) $-\ln 3$ (B) $\ln 3$ (C) $2 \ln 3$ (D) $3 \ln 3$