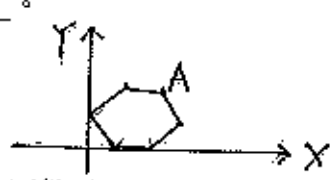


# 數學科教師甄試試題

姓名：\_\_\_\_\_

## 一、填充題（每空格 4 分，共計 72 分）

- 360 的正因數個數有 \_\_\_\_\_ (1) \_\_\_\_\_ 個，其正因數的總和為 \_\_\_\_\_ (2) \_\_\_\_\_。
- 若  $\sum_{n=1}^{10} (1+ax^2)^n$  展開式中， $x^4$  項的係數為 660，則 a 的值為 \_\_\_\_\_ (3) \_\_\_\_\_。
- $\triangle ABC$  中，D 是  $\overline{AB}$  中點，E 在  $\overline{AC}$  上，且  $\overline{AE}:\overline{EC}=2:1$ ，若  $\overline{CD}$  與  $\overline{BE}$  交於 P 點，且  $\overline{AP}=x\overline{AB}+y\overline{AC}$ ，則  $x=$  \_\_\_\_\_ (4) \_\_\_\_\_， $y=$  \_\_\_\_\_ (5) \_\_\_\_\_。
- 設一線性規劃的可行解區域如右圖所示的正六邊形及其內部，而目標函數為  $y-ax$ ，若已知 A 點為此目標函數取得最大值之唯一的點，則 a 的範圍為 \_\_\_\_\_ (6) \_\_\_\_\_。  

- 設  $\triangle ABC$  為一等腰三角形， $\angle BAC=90^\circ$ ，若 P, Q 為斜邊  $\overline{BC}$  的三等分點，則  $\tan \angle PAQ=$  \_\_\_\_\_ (7) \_\_\_\_\_。
- 自點  $P(-5, -3)$  做圓  $C: x^2+y^2-6x-6y-7=0$  的兩條切線得切點 A, B，則  $\triangle APB$  的面積為 \_\_\_\_\_ (8) \_\_\_\_\_，其外接圓的方程式為 \_\_\_\_\_ (9) \_\_\_\_\_。
- 某校 1000 位學生的國文段考成績平均分數是 70 分，標準差為 10 分，而且已知成績分佈呈現常態分佈，則全校學生有 \_\_\_\_\_ (10) \_\_\_\_\_ 人的國文成績低於 60 分。
- $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{x^2-4} =$  \_\_\_\_\_ (11) \_\_\_\_\_， $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-3}{x^2-4} =$  \_\_\_\_\_ (12) \_\_\_\_\_。
- 有一直立圓柱罐頭（圓柱的高為 h，底圓半徑為 r），若要使此圓柱的罐頭使用最少的材料，則 h 與 r 的關係為 \_\_\_\_\_ (13) \_\_\_\_\_。
- 設兩曲面  $f(x, y, z) = x^2 + y^2 - 2 = 0$  及  $g(x, y, z) = x + z - 4 = 0$ ，則此兩曲面之交集為 E，則 E 的形狀為 \_\_\_\_\_ (14) \_\_\_\_\_，而在 E 上之點  $P(1, 1, 3)$  的切線為 \_\_\_\_\_ (15) \_\_\_\_\_。
- 試問下列無窮級數收斂或發散？  
 (1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ ，答：\_\_\_\_\_ (16) \_\_\_\_\_ (2)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{n}$ ，答：\_\_\_\_\_ (17) \_\_\_\_\_
- $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{3}{n}\right)^n =$  \_\_\_\_\_ (18) \_\_\_\_\_

## 二、計算證明題（每題 15 分，共計 30 分）

- (A) 利用右圖，試證明  $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\sin \theta}{\theta} = 1$ 。(10%)

(B) 試繪出  $y = \frac{\sin x}{x}$  之圖形。(5%)

- $X = \cos^3 t$ ， $y = \sin^3 t$ ， $0 \leq t \leq 2\pi$

(A) 試畫出此參數方程式之圖形。(5%)

(B) 試求此區線所圍成區域的面積。(5%)

(C) 試求此曲線的長度。(5%)

