

填答說明：(1)請依題型、題號依序作答於答案卷。

(2)答案卷不夠時請向監考老師索取。

一、選擇題:(每題5分,共40分)

(a)1. Find  $\frac{dy}{dx}$  if  $y = \frac{2}{x^4+1} + \frac{3}{x}$ .

- (a)  $\frac{-8x^3}{(x^4+1)^2} - \frac{3}{x^2}$       (b)  $\frac{-8x^2}{(x^4+1)^3} - \frac{3}{x^2}$       (c)  $\frac{8x^3}{(x^4+1)^2} + \frac{3}{x^2}$       (d)  $\frac{-8x^3}{3x^3(x^4+1)^2} - \frac{3}{x^2}$   
 (e)  $\frac{-8x^3}{(x^4+1)^2}$

(e)2. Find the maximum value of  $f(x) = -2x^3 + 3x^2$  on  $[-\frac{1}{2}, 2]$ .

- (a) 5      (b) 4      (c) 3      (d) 2      (e) 1

(d)3. Evaluate  $\int_0^{2\pi} |\sin x| dx$ .

- (a) 1      (b) 2      (c) 3      (d) 4      (e) 5

(a)4. Find  $\frac{dy}{dx}$  if  $y = \ln \sqrt[3]{(x-1)/x^2}$ ,  $x > 1$ .

- (a)  $\frac{2-x}{3x(x-1)}$       (b)  $\frac{2}{3x(x-1)}$       (c)  $\frac{x-2}{3x(x-1)}$       (d)  $\frac{x}{3x(1-x)}$   
 (e)  $\frac{2+x}{3x(x-1)}$

(e)5. Evaluate  $\int x^2 e^{-x^3} dx$ .

- (a)  $\frac{2}{3}e^{-x^3} + C$       (b)  $\frac{1}{3}e^{-x^3} + C$       (c)  $e^{-x^3} + C$       (d)  $-\frac{2}{3}e^{-x^3} + C$   
 (e)  $-\frac{1}{3}e^{-x^3} + C$       where C is a constant.

(b)6. Evaluate  $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{4-x^2}} dx$ .

- (a)  $\frac{\pi}{3}$       (b)  $\frac{\pi}{6}$       (c)  $\frac{\pi}{2}$       (d)  $\frac{\pi}{4}$       (e)  $\frac{\pi}{5}$

(b)7. Let  $u = (-1, 5)$  and  $v = (3, 3)$  be two vectors in  $\mathbb{R}^2$ . Find the vector projection of  $u$  on  $v$ .

- (a) (1,2) (b) (2,2) (c) (3,2) (d) (3,3) (e) (2,1)

(e)8. Find the partial derivative of  $f(x, y)$  with respect to  $y$  at (1,2) if  $f(x, y) = x^2y + 3y^3$ .

- (a) 4 (b) 23 (c) 52 (d) 45 (e) 37

## 二、計算題(每題10分, 共60分)

1. 箱子裡有 4 顆白球、8 顆黃球和 3 顆黑球，今自箱中任意取出兩球，若為同色球可得獎金  $x$  元，若為異色球可得獎金 35 元。已知每取一次獲得獎金的期望值為 72 元，求  $x$  值。

2. 已知  $a, b$  為方程式  $\begin{vmatrix} \sin \theta & x + \cos \theta \\ x + \cos \theta & -\sin \theta \end{vmatrix} = 0$  的兩根，若  $k$  為整數，試求  $a^k + b^k = ?$

3. 等腰  $\triangle XYZ$  中， $\overline{XY} = \overline{YZ}$ ，今以  $X$  點為頂點， $Z$  點為焦點作一過  $Y$  點的拋物線，則  $\overline{XY} : \overline{XZ} = ?$

4. 在 1、2、3、5、7、9 六個數字中，令六數的總和為  $A_1$ ，任取兩相異數相乘的乘積總和為  $A_2$ ，任取三相異數相乘的乘積總和為  $A_3$ ，任取四相異數相乘的乘積總和為  $A_4$ ，任取五相異數相乘的乘積總和為  $A_5$ ，六數的乘積為  $A_6$ ，求  $A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 + A_6$  之值。

5. 試求  $\tan^{-1} x$  的馬克勞林(Maclaurin)級數。

6. 欲造一無蓋的矩形盒子使其體積為 12 立方公尺，已知底面材料每平方公尺的價格為 4 元，兩相對應邊為 3 元，且剩下之兩相對應邊為 2 元。當成本為最少時，盒子的尺寸為何？