

101 年度特殊教育教學示例

國小資優教育數學教學設計－幾何組譜

台南市鹽水國小 何鳳珠老師

壹、設計理念

曾經在一次五、六年級混齡的教學中，以色紙切割成七片巧板做形狀的辨証活動，一開始拿出一張正方形色紙，問學生這是什麼形？全部異口同聲答道：正方形，於是，拿到背後，再次拿出來後，已轉個向(45 度)了，問學童這是什麼形？全部異口同聲答道：菱形！沒有任何異議，心頭納悶，再一次拿到背後，再次拿出來，此時已轉正了，學生答道：正方形！如此反覆 3 次，都是一樣的答案：正方形－菱形，於是我不在藏於身後了，直接拿正，問學生什麼形？是正方形，一旦我轉個向再問，依舊是菱形，問學生，為何是菱形？他們回答：菱形長得是四邊等長，且上下是尖的，左右也是尖的，而正方形也是四邊等長，但是上下平的，左右是直的。學童這樣的答案令我驚訝，頓時感受到老師們的習慣性示範位置方向也可能影響學童對圖形的認知，再者，教學的過程中發現，學童雖然學過了各種幾何圖形的概念知識，但是對其性質依舊混淆不清的，尤其是圖形間的相關連性及包含關係。因此，希望將其設計成一個完整的課程，在資優班的課室中實踐教學，希望透過提問、對話、討論、質疑、辯証及評析等教學策略，培養學童對圖形特徵及性質的描述能力，並從關係探究與迷思概念的澄清，統整各種幾何圖形的內在屬性，並建構各種圖形間的包含關係。

貳、教學分析

一、教材分析

1. 本教案是依據九年一貫能力指標【4-s-01 能運用「角」與「邊」等構成要素，辨認簡單平面圖形。】及【4-s-07 能認識平行四邊形和梯形。】作為先備知識，來進行主題活動的開發，針對幾何圖形的組成性質引導資優生做更深入的探究與討論，希望藉此達到【8-s-18 能從幾何圖形的判別性質，判斷圖形的包含關係。】的初步教學目標。
2. 根據 van Hiele(1986)的幾何思考發展理論，認為幾何的思考是一種階段性的層次發展歷程，而且每個層次間的提升最主要是經由教學的影響，並非由於個體年齡的成熟。其理論包含了五個循序階段層次（如下圖），小學階段的學習偏重在前三個層次，主要先由辨別外形輪廓及分類，到圖形特徵的描述，再發展到形狀內在屬性與包含關係

的探討，本教案主題～幾何組譜即將焦點放在由形狀屬性的探討，並藉由非形式的推理辨證方法，發展出四邊形包含關係的概念，過程中也引入數種不同想法所繪製出來的包含關係圖，引導學童針對這些包含關係圖進行深入討論，並適時運用檢驗式提問技巧，檢驗學童對形狀性質與其相互間關係的理解程度。

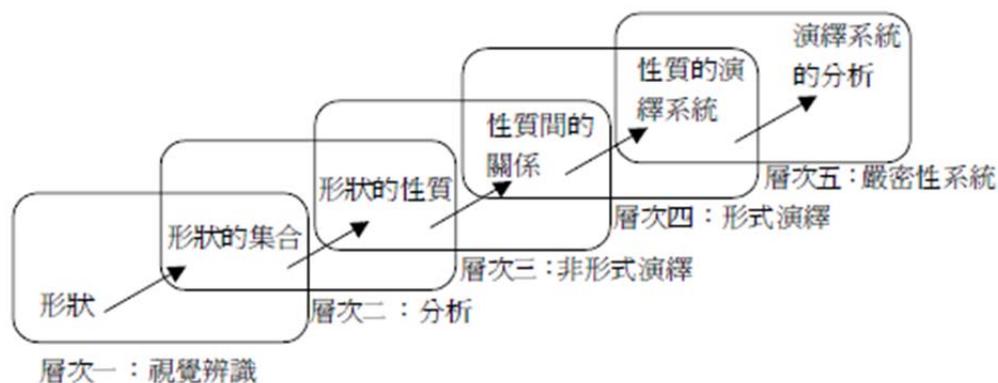


圖 1-1. 幾何形狀思考的發展 (取自 Van de Wall, 1997)

二、學生分析

1. 筆者任教的學生是五、六年級資優資源班，學生的數學知識能力是在原班級養成，平均每週會到資源教室來上一節多元數學課程，採小組教學，每組人數 2 – 5 人。
2. 此班學生是鑑定合格的資優生，雖是資優生，但還有差異，有些學生對數學是畏懼的，有些學生的語文能力較差，因此，每組成員依舊是有其個別差異。
3. 學生喜歡資優資源班所給予的多元數學課程，因為可以充份的討論、思考及挑戰。

三、教學方法分析

1. 學習內容

本單元重整數學領域之幾何圖形相關能力指標，亦即將學童在國小各階段學習的幾何概念知識做跨階段的整合，從圖形的辨認、組成元素、性質，進而到藉由非形式的推理辨證方法來探究其圖形間的包含關係，以利資優生對四邊形與三角形等幾何圖形作系統性的學習，建立正確的概念。

此外，本單元亦融入特殊需求領域的創造力相關能力指標，引導學生能運用創意將幾何圖形的類屬關係以不同形式繪製概念圖，並能加以推理辨證。

2. 學習歷程

此主題活動主要是以提問教學方法為主軸，藉以引發更多的數學討論與深層的思考，以獲得概念發展。在提問教學過程中，Mason (2000) 將數學提問分成三種類型：探索 (inquiring)、聚焦 (focusing) 與檢驗 (testing)：

- (1) 探索式：是指開放問題情境，激發學生自由思考，去發現解題的方法，提問的目的是幫助學生了解與內化教學內容，或者刺激學生更進一步的思考。
- (2) 聚焦式：指在教學過程中，教師提醒學生注意到規律性(pattern)、一般性(generality)或特色(feature)時所採取的提問方式，稱為「聚焦式提問」。
- (3) 檢驗式：為考驗學生對問題的理解程度，教學者需要先構想好提問問題，或是依學生現場的解題過程進行再追問，以檢驗學生的想法。

筆者設計這個活動，最主要是運用**檢驗式提問**，目的是希望透過提問去激發學生進行非形式化演繹，找出概念裡需要接合的縫隙，甚至進行局部的推理。Mason 認為檢驗式提問不僅是評價學生的答案對錯而已，更需檢驗出學生的概念和解題能力，進而做出適當的教學策略，可謂兼具評量與教學的功能。NCTM (2000) 主張數學評量的積極意義在於促進學生的學習，評量和教學應該是統整的，它是教室中即時的活動，應持續地進行以準確掌握學生的理解狀況。Robinson 和 Bartlett (1995)也指出運用檢驗性提問進行教學，所發揮的檢驗效果，比紙筆測驗更具時效且正確。可見檢驗式提問是連結評量與教學的最佳策略，是協助教師收集關於學生訊息做為適當教學判斷依據的最佳媒介。

在幾何性質概念方面，運用心智繪圖法的技巧，統整學童在小學階段所學習到的相關平面幾何圖形的組成要素及基本性質，因為從小二到小六皆在幾何單元探索到相關的幾何性質，為了牽引到其各種平面圖形之間的包含關係，需對平面圖形的幾何性質再做進一步的整合，期望將學童在各階段片面學習到的內容做統整，而為了達成這樣的教學目標，筆者使用的是”心智繪圖法”。心智繪圖是發揮全腦功能最佳的思想整合利器，使用能刺激大腦反應的表現方式，充分以大腦吸收知識的自然運作模式，不論讀書、企劃、構思、筆記、歸納、寫作、設計、創意、整合資訊、開會討論等，盡在心智繪圖應用的範疇。之所以使用心智繪圖法，是因為它沒有概念圖的嚴謹架構，在內容上可以以開放且多元的方式來呈現，給學生的負擔比較不會太重，在此單元中著重在對圖形組成元素的擴散思考、性質的聯想，甚至是概念的澄清，可以促進概念統整與後設認知的自我學習。

3.學習環境

- (1)教室位置安排採小組合桌方式進行，希望營造一個討論、對話的情境。
- (2)硬體設備部分，自製教材內容，並應用數位電子白板來進行教學，可以將學童上台解說的實作內容記錄下來，也可以將學童的作品數位化，做為下一班教學的討論素材。

4.學習評量

本活動採以動態評量及實作評量模式交錯進行，由學童討論發表中的認知衝突點，

做適時的檢驗提問，然後再討論、再對話，最後形成較完備的概念知識，過程中教師與學童之關係是互動的。

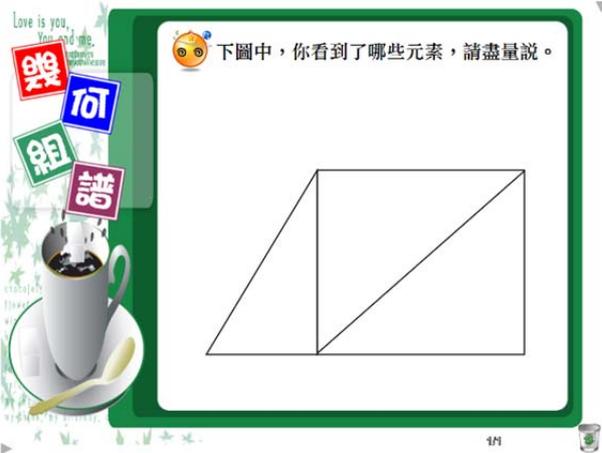
四、課程概念架構

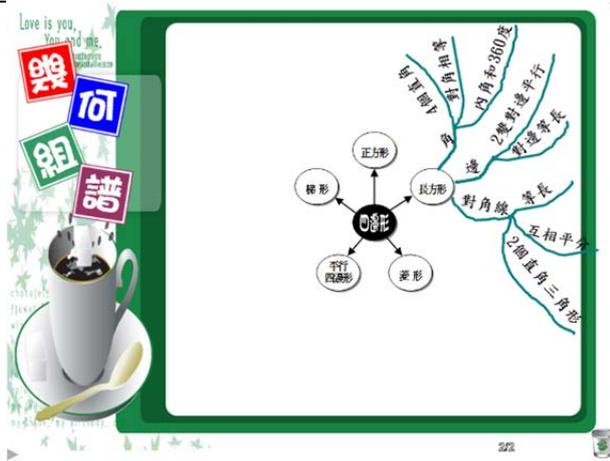
| 四邊形大會串 | | 四邊形組譜 | | 三角形大會串 | | 三角形組譜 | |
|--------|---------------------------------|-------|---|--------|-------------------------|-------|---|
| 活動目的 | 探究四邊形的組成要素及性質 | 活動目的 | 四邊形包含關係的推理與評析 | 活動目的 | 探究三角形的組成要素及性質 | 活動目的 | 三角形包含關係的推理與評析 |
| 內容項目 | 1.探索圖形的組成元素 2.以心智圖整合各種四邊形的性質 | 內容項目 | 1.幾何圖形身份証 2.驗名證身 3.幾何 XO 棒 4.四邊形包含關係圖評析與繪製 | 內容項目 | 1.三角形分類 2.三角形包含關係圖繪製 | 內容項目 | 1.優點轟炸&問題追追 2.三角形包含關係圖評析 3.幾何賓果檢測活動 |
| 評量 | 討論、發表、實作、任務單 | 評量 | 討論、發表、歸納、任務單 | 評量 | 討論、實作、發表、評析 | 評量 | 實作、討論、發表評析、另類評量、學習單 |

參、教學活動設計

| | | | |
|---|--|--|--------|
| 單元名稱 | 幾何圖形 | 適用年級 | 高年級 |
| 課程名稱 | 幾何組譜 | 教學時間 | 160 分鐘 |
| 設計者 | 何鳳珠 | 教材版本 | 自編教材 |
| 指導教授 | 劉祥通教授、徐偉民教授、陳麗圓教授 | | |
| 教學準備 | 電腦、單槍、電子白板、幾何組譜互動教材、任務單、幾何賓果測驗簡報、OX 棒、學習單、賓果單 | | |
| 教學目標 | 1.能理解各種四邊形的組成要素及性質。 2.能評析各種四邊形包含關係圖之優缺點。 3.能繪製各種四邊形的包含關係圖。 4.能理解各種三角形的組成要素及性質。 5.能評析各種三角形包含關係圖之優缺點。 6.能繪製各種三角形的包含關係圖。 | | |
| 能力指標/學習指標(特教) | | 具體目標 | |
| <數學領域~能力指標> 4-s-01 能運用「角」與「邊」等構成要素，辨認簡單平面圖形。 4-s-07 能認識平行四邊形和梯形。 8-s-12 能理解特殊的三角形與特殊的四邊形的性質。 | | 1-1 能依角度及邊長來辨認各種四邊形 1-2 能分辨平行四邊形與梯形之不同處 1-3 能理解平行四邊形與其它四邊形的關係 1-4 能說出各種四邊形的組成要素及相關性質 1-5 能理解各種四邊形的判別性質 | |

| | |
|---|--|
| <p>8-s-18 能從幾何圖形的判別性質，判斷圖形的包含關係。</p> <p>C-T-02 能把情境中數、量、形之關係以數學語言表出。</p> <p>C-S-03 能瞭解如何利用觀察、分類、歸納、演繹、類比等方式來解決問題。</p> <p>C-C-04 能用數學的觀點推測及說明解答的屬性。</p> <p>C-C-07 能用回應情境、設想特例、估計或不同角度等方式說明或反駁解答的合理性。</p> <p>C-C-08 能尊重他人解決數學問題的多元想法。</p> <p>C-E-02 能由解題的結果重新審視情境，提出新的觀點或問題。</p> <p><特殊需求領域～創造力指標></p> <p>1-4-1-3 能針對特例現象提出推敲與驗證</p> <p>2-3-1-6 能在各種不同構想間提出組合或重整的可能性</p> <p>3-1-1-2 能描述被觀察事物的多元屬性</p> <p>3-3-1-1 針對現象或問題提出自己的看法或解答</p> <p>3-1-2-1 能利用不同的方式思考同一件事情</p> <p>4-1-1-3 能與他人分享觀點</p> <p>4-2-1-2 能搭配他人的想法進一步提出可行的具體做法</p> <p>4-4-1-1 在任務或作業中，能依據他人想法與意見持續延伸</p> <p>4-4-1-2 能與他人共同嘗試以不同角度思考或變化問題本質</p> | <p>1-6 能歸納出組成各種四邊形的最少條件</p> <p>1-7 能統整各種四邊形的組成元素及相關性質，繪製成心智圖</p> <p>1-8 能判斷形體組成的必要條件</p> <p>2-1 能評析各種四邊形的包含關係圖</p> <p>2-2 能利用四邊形的基本性質來評析包含關係圖的正確與否</p> <p>2-3 能針對四邊形的包含關係圖提出合理的質疑</p> <p>3-1 能繪出各種四邊形的包含關係圖</p> <p>3-2 能依據四邊形性質論述包含關係圖的繪製過程</p> <p>3-3 能繪出更適切的四邊形包含關係圖</p> <p>4-1 能依角度及邊長來辨認各種三角形</p> <p>4-2 依三角形的邊長與角度做分類</p> <p>4-3 能理解各種三角形的判別性質</p> <p>4-4 能依據邊長與角度論述三角形間的關係</p> <p>4-5 能依據形體性質之相關關係進行分類與歸納。</p> <p>4-6 能依據線索繪製出符合條件的三角形</p> <p>5-1 能評析各種三角形的包含關係圖</p> <p>5-2 能利用三角形的基本性質來評析包含關係圖的正確與否</p> <p>5-3 能針對三角形的包含關係圖提出合理的質疑</p> <p>6-1 能繪出各種三角形的包含關係圖</p> <p>6-2 能依據三角形性質論述包含關係圖的繪製過程</p> <p>6-3 能繪出更適切的三邊形包含關係圖</p> |
| 融入議題與能力指標 | |
| 議題 | 能力指標 |
| 性別平等教育 | <p>2-2-2 尊重兩性在溝通的過程中平等的表達機會</p> <p>(1)表達、溝通與分享 (2)尊重、關懷與團隊合作 (3)運用科技與資訊 (4)主動探索與研究 (5)獨立思考與解決問題</p> |

| 能力指標 | 教學內容 | 時間 | 評量方式 | 具體目標 |
|--------------------|---|-----|----------|------|
| 4-s-01 | <p style="text-align: center;">-----【第一節】-----</p> <p>【活動一】四邊形大會串</p> <p>概要說明：讓學童針對各種四邊形（正方形、長方形、菱形、平行四邊形、梯形），依據圖形的組成要素利用心智圖的方式列出其相關的性質。</p> <p>一、引起動機：</p> <p>下圖中，你看到了哪些元素，請盡量說。</p> | 5分 | 發表 討論 | 1-1 |
| 3-1-1-2 3-1-2-1 |  <p>註1：學童看到一個圖形，能想到邊長、角、對角線、頂點、對邊、對角、平行、垂直、鄰邊.....等相關概念名詞。</p> <p>註2：隨時檢驗學童對名詞的理解程度，例如：頂點與角有何不同？何謂頂點？何謂角？何謂鄰邊？每個頂點有幾個鄰邊？.....等等，也可從中找到學童的迷思概念或做概念的澄清。</p> | 5分 | 實作 | 1-4 |
| 8-s-12 | <p>二、發展活動：</p> <p>1. 以【長方形】為例，請<u>說出</u>所有與它相關的性質，愈多愈好。</p> <p>例1：四個角是直角。</p> <p>例2：對邊等長。</p> <p>2. 將這些相關的性質，分別以”角”、”邊長”、</p> | 23分 | | |
| 2-3-1-6 | <p>註1：教師可以先讓學生思考可以怎麼畫，倘若學生無法統整，那麼教師可做示範。</p> | | | |



8-s-12

3. 2人一組，領取一張任務單，共同討論並完成其它圖形的心智圖(包含正方形、平行四邊形、菱形、梯形)，性質擴展愈多愈好。

註：因此概念圖是環狀的，所以教師可以指導學童轉動學習單來撰寫，使其成放射狀。以方便閱讀。

實作
討論
任務單

1-7

三、綜合活動：

C-S-03

3-3-1-1

4-1-1-3

4-4-1-1

1. 利用實物投影機現場分享各組的成果。
2. 領取再製後的任務單(各組的成果彙整)，做為回家作業，請一一針對各組的成果，進行批閱，並提出你的看法與建言。

註1：教師將各組的成果拍照再製成新的任務單，讓學童回家一一檢驗伙伴們寫的各项性質是否有問題。

-----【第二節】-----

【活動二】四邊形組譜

概要說明：利用收集到不同人所繪製的四邊形包含關係圖，針對他們的論點進行評析與討論，最後對常見的四邊形做概念統整，繪製四邊形組譜。

7分

發表
學習單

1-7

一、引起動機：

8-S-12

C-S-03

請用最簡單且最關鍵簡潔的一句話做為這些圖形的身份證明。(即最關鍵的判準點)

8分

發表
歸納

1-4

1-6

1-4-1-3
3-1-2-1

1. 何謂”正方形”？
2. 何謂”長方形”？
3. 何謂”菱形”？
4. 何謂”平行四邊形”？
5. 何謂”梯形”？
6. 何謂”四邊形”？



註 1：過程中盡量讓學童發表，在許多的答案看法中，經由同儕中的質疑辨証中找到一個最佳的共識（即最佳的判準點），此點是相當重要的，教師盡量不要直接給予下標籤。

二、發展活動：

1. 四邊形國度裡分成了五個部落～正方形部落、長方形部落、菱形部落、平行四邊形部落、梯形部落。每個部落為了怕間碟滲入部落裡為害村民，所以都有嚴密的守衛員，凡要進入部落者都得驗名正身。
請問：甲(正方形)、乙(長方形)、丙(菱形)、丁(平行四邊形)、戊(梯形)、己(三角形)可以分別自由進出哪些部落？

註 1：參考解答

| | 正方形 部落 | 長方形 部落 | 菱形 部落 | 平行四邊 形部落 | 梯形 部落 |
|--------|-----------|-----------|----------|-------------|----------|
| 甲(正方形) | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | × |

C-C-04
4-2-1-2

討論
發表

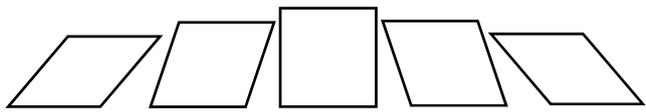
1-8

| | | | | | |
|----------|---|---|---|---|---|
| 乙(長方形) | × | ✓ | × | ✓ | × |
| 丙(菱形) | × | × | ✓ | ✓ | × |
| 丁(平行四邊形) | × | × | × | ✓ | × |
| 戊(梯形) | × | × | × | × | ✓ |
| 己(三角形) | × | × | × | × | × |

C-E-02
1-4-1-3

註 2：當學童有出現迷思時，可以利用幾何扣條來進行概念澄清，例如：

a. 正方形是不是菱形的一種？那麼可以用 4 根一樣長的幾何扣條扣在一起，然後將菱形慢慢推正形成正方形，然後再繼續推，過程中讓學童感受到正方形是所有菱形中的一種特例，所以正方形是菱形的一種。



C-C-07
4-S-07

2. 發給學生一枝【○×棒】，請依據螢幕上的問題選答○或×（對或錯），選答後再進行討論。
- (1) 正方形是長方形的一種。
 - (2) 平行四邊形是菱形的一種。
 - (3) 梯形是四邊形的一種。
 - (4) 菱形是正方形的一種。
 - (5) 平行四邊形是梯形的一種。

註：教學簡報的設計採捲軸掀題的方式，並在學生回答後，可以拖曳出隱藏在左邊的”幾何圖形身份證”，使其更易釐清觀念。教學畫面如下：

3 分

答題
討論

2-2

2-2

1-2

1-3



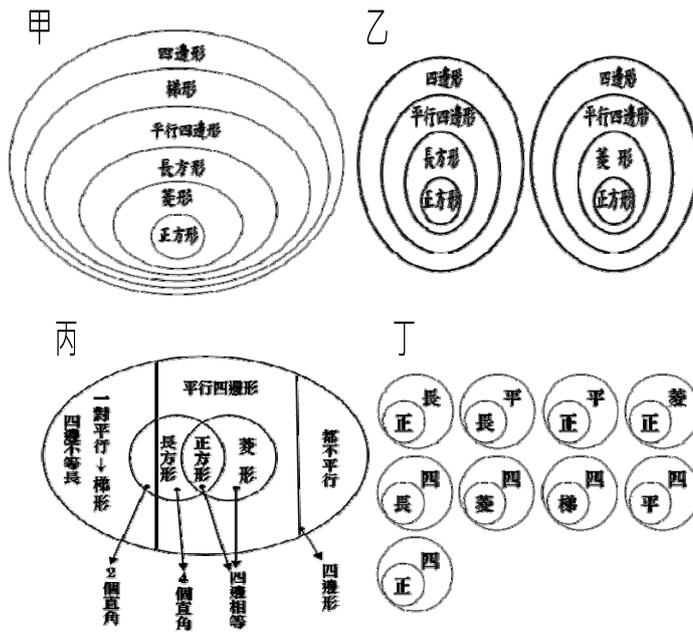
8-S-18
C-C-07
C-T-02
C-C-08
4-4-1-1
4-4-1-2

3. 依據各種四邊形性質，甲、乙、丙、丁四人分別畫出四張包含關係圖，現在請大家針對他們的論點進行評析，找出有沒有不合理的地方。
4. 將討論的結果記錄在任務單上。

22分

討論
發表
任務單

2-1
2-2



C-E-02
3-3-1-1

註 1：本階段的活動著重在論述這四張包含關係圖的合理性與否，目的在檢測學童對四邊形概念知識是否完備，過程中會看到許多迷思概念，建議教師可以將這段教學錄製起來，將會有很多可看性的對話與質疑，希望藉由開放性對話，再搭配教師在關鍵時做檢驗式的提問，將能有效澄清學童的迷思概念，以建構完整的幾何知識。

註 2：提問參考如下～

【甲圖】之模擬對話

生：長方形裡面包著菱形，不太對。

師：哪裡不對？

生：長方形的條件是四個角是直角，而在它裡面的圖形都應該有 4 個直角才對呀！

師：可是菱形有也出現四個直角的狀況呀！

生：那就變成正方形了呀！

師：那要怎麼改這張圖才對呢？

【乙圖】之模擬對話

師：你覺得這張圖有沒有什麼不妥的？

生：好像沒有耶，看起來都對

師：那麼你能說說左邊的圖代表什麼意思嗎？

生：四邊形包含了平行四邊形、長方形、正方形.....

師：為何四邊形包含了這三個圖形呢？

生：因為他們都有四個邊呀，所以是四邊形。

師：那麼菱形也是有四個邊呀？為何沒有寫進去呢？

3-3

生：菱形寫在另外一邊。

師：那麼可以寫在一起嗎？要如何寫呢？

.....
【丙圖】之模擬對話

生：長方形有一部分露在梯形那邊，好像不太對。

師：怎麼說不太對？

生：長方形是有四個直角呀！

師：有些梯形也會出現兩個直角呀，當長方形只有兩個直角時，就有可能變成梯形了，不是嗎？

生：但長方形的兩組對邊分別平行呀，而梯形只能有一雙對邊平行，才能叫梯形，而長方形擁有兩雙對邊平行，所以不可能跨到梯形那一邊。

師：嗯，很不錯，概念很清楚，那麼，圖形中寫 " 一對平行→梯形 "，你認為如何？

生：我覺得沒有錯！

師：只要有一組對邊平行就叫做梯形？

生：嗯。

師：那麼來看這個長方形，上下這一組對邊是否平行？

生：是。

師：那麼它擁有 " 一組對邊平行 " 的條件，不就可以稱作梯形？

.....
【丁圖】

師：你能不能說明這個圖形的意思？

生：每個圖都代表 2 個圖形的關係。

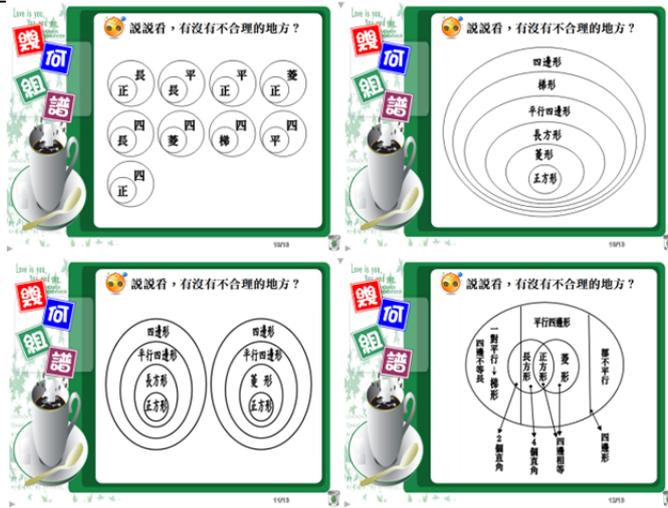
師：能否舉例說清楚些？

生：【長&正】，表示因為正方形擁有長方形的特性~四個直角，所以是長方形的一種；而【四&梯】，梯形會被包在四邊形裡面，代表梯形有四個邊，所以屬於四邊形的一種。

師：嗯，很好。那麼，這 9 個圖示是不是包含了這五種圖形彼此之間的關係了呢？

生：我看看.....好像有漏掉耶。

師：漏了哪一個？你是怎麼找出來的？只漏了一個嗎？你如何確定？



三、綜合活動：

8-S-18
C-C-04
C-S-03
2-3-1-6

1. 發給學童一張任務單，做為回家功課，畫出四邊形、正方形、長方形、菱形、平行四邊形及梯形這六個圖形的包含關係。

2分 任務單

3-1
1-8

-----【第三節】-----

【活動三】三角形大會串

概要說明：讓學童針對各種三角形（正三角形、等腰三角形、等腰直角三角形、銳角三角形、鈍角三角形、直角三角形），依據圖形的組成要素利用心智圖的方式列出其相關的性質。

一、引起動機：

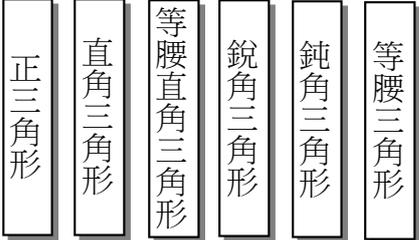
4-S-01
2-3-1-6
4-2-1-2

1. 說說看，你認識的三角形有哪幾種？
2. 請說出白板上指定的三角形是哪一種三角形？
3. 你會如何將這些三角形進行分類呢？

5分 發表

4-1



| | | | | |
|--------------------------------------|--|-------------|---------------------------------|--------------------|
| <p>8-S-12 C-S-03 2-3-1-6</p> | <p>註：三角形物件是可以移動做分類的。</p> <p>二、發展活動：</p> <p>1. 發給學生一張任務單，請依據邊長、角度來將三角形做分類，並針對每一種三角形其性質進行簡述說明。</p> <p>2. 進行發表與討論。</p>  | <p>5 分</p> | <p>任務單 實作 討論 發表</p> | <p>4-2 4-5</p> |
| <p>8-S-18 C-C-04 4-4-1-2</p> | <p>3. 請依據這些三角形的性質畫出包含關係圖。</p>  <p>註 1：要正確且完整地畫出所有三角形的包含關係圖，不是一件很容易的事，建議讓學生分組彼此討論，各組間的對話，也很適合進行拍攝，做為後續教學討論或是教學之研究。</p> <p>註 2：建議過程中，教師盡量不要提供關係圖的參考範例，因為學童已有前面四邊形的概念學習，期望學童能將其類化到三角形的概念學習，或是走出更有創意的畫法，也就是盡量保留學童的原始想法。</p> | <p>25 分</p> | <p>實作 討論 任務單</p> | <p>6-1</p> |



C-C-08
8-S-18
C-C-04
C-E-02
3-1-2-1
2-3-1-6

三、綜合活動：

1. 利用實物投影機現場分享各組的成果。
2. 挑選一組來進行討論與評析。
3. 鼓勵學童回家後可以將三角形包含關係圖依自己的想法再精進，使其更具可看性，最後挑選三件最完整的作品，給予獎勵。

註 1：在觀摩其中一組分享時，鼓勵學童提出質疑，來進行概念的澄清，同時也可以訓練學童說數學的能力。

註 2：教師將各組的成果拍照再製成新的任務單，在活動四時再進行深入評析與討論。

-----【第四節】-----

【活動四】三角形組譜

概要說明：讓學童針對各種三邊形（正三角形、等腰三角形、直角三角形、銳角三角形、鈍角三角形、直角等腰三角形），依據圖形的組成要素利用概念圖的方式列出其相關的性質。

8-S-18
C-C-08
C-E-02
3-3-1-1
3-1-2-1
4-4-1-2

一、引起動機：

將【活動三】中各組的成果彙整起來，隨機讓各組抽選一張（以不抽到自己組別的作品為原則），進行”優點轟炸”及”問題追追追”的活動，鼓勵學童分析各組繪製出來的組譜之優缺點。

註：教師可事先將各組的作品掃描，製作成教學簡報，或是利用實物投影機來呈現並討論。

5 分

發表
評析

6-1
6-2
6-3

6 分

發表
評析

5-1



二、發展活動：

8-S-18
3-3-1-1
3-1-2-1
4-1-1-3
4-2-1-2
4-4-1-2

1. 依據各種三角形性質，請針對甲、乙、丙、丁、戊、己等六張包含關係圖，進行評析，找出有沒有不合理的地方。

例 1：丙圖中～正三角形應全部屬於等腰三角形裡面的一部分。

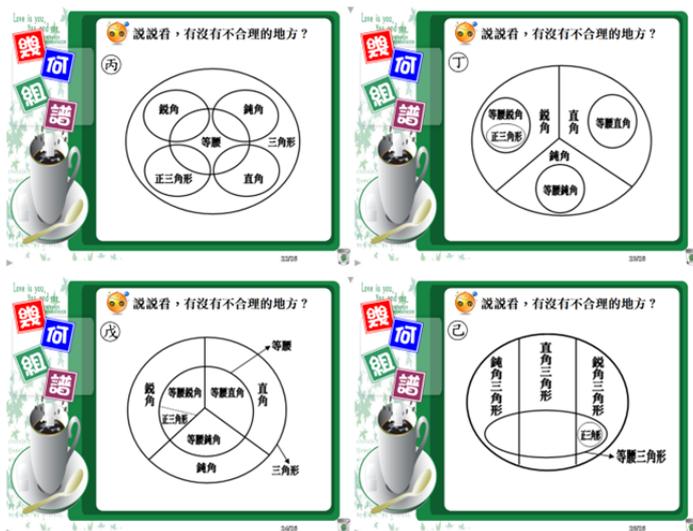
例 2：甲圖中，三邊等長的三角形是正三角形，其也是屬於銳角三角形的一種，因此，三邊等長的三角形的位置是錯放了。

例 3：乙圖中，等腰直角三角形的位置不應只是圈選的位置而已，而是橢圓形的區塊與中間直角三角形的區塊之交集。



24 分 評析
討論
發表
任務單

5-1



註 1：本階段的活動著重在論述這六張包含關係圖的合理性與否，目的在檢測學童對三角形概念知識是否完備，過程中會看到許多迷思概念，建議教師可以將這段教學錄製起來，將會有很多可看性的對話與質疑，希望藉由開放性對話，再搭配教師在關鍵時做檢驗式的提問，將能有效澄清學童的迷思概念，以建構完整的幾何知識。

註 2：提問參考如下～

【丙圖】之模擬對話

生：正三角形與等腰的兩個圈圈感覺不太對。

師：哪裡不對？

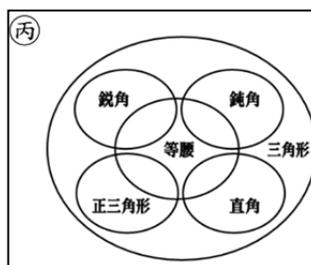
生：所有的正三角形都是符合等腰的條件呀，所以應該在等腰的那個圈內才對。

師：那麼可不可以說等腰三角形其實就是正三角形呢？也就是他們是一樣的呢？

生：不行，若等腰三角形那一圈也算是正三角形的話，那麼它又與直角接觸到，可是正三角形的三個角並沒有直角，所以又不對了！

師：那與其它圈（鈍角、銳角）有沒有衝突呢？

.....



8-S-18
C-T-02

C-C-07
C-C-07

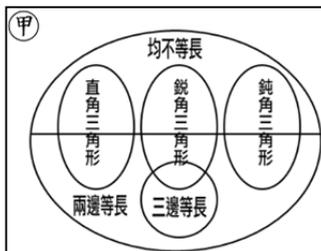
5-1
4-1

5-2
5-3

【甲圖】之模擬對話

師：甲圖的橫線代表什麼？

生：將整個三角形分成兩半部，上半部是三邊不等長，下半部是兩邊等長。



師：那為什麼沒有分三部分呢？分別是三邊不等長、兩邊等長、三邊等長呢？

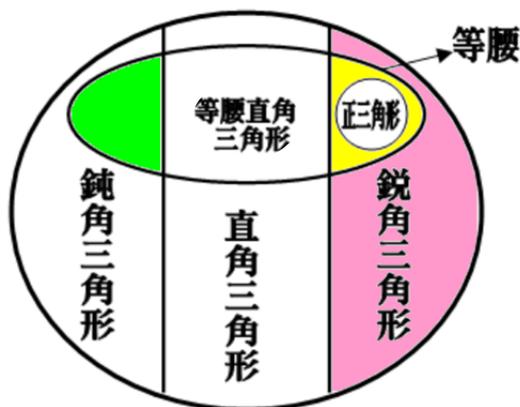
生：因為三邊等長其實就包含了兩邊等長，所以三邊等長的圈圈畫在二邊等長那半邊就可以了。

師：嗯，觀念很正確，那麼在直角三角形、銳角三角形、鈍角三角形的三個圈圈外的，代表什麼？那些三角形的角度如何呢？

生：.....
.....

3. 延伸學習：教師可以依據所展示出來的圖示，指定學童畫出其中一個區域可能的圖形。

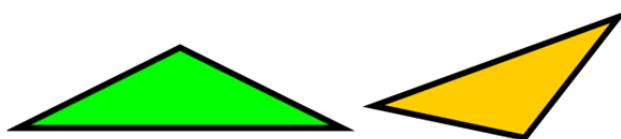
乙



以乙圖為例：

佈題一：請畫出符合綠色區塊的圖形

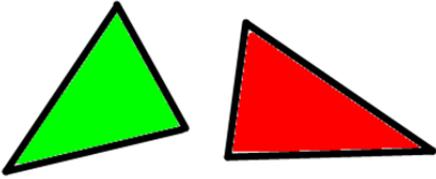
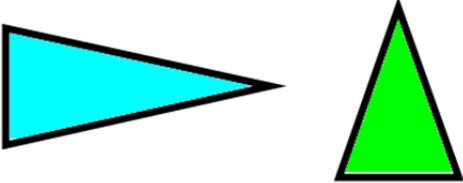
解答~兩邊等長的鈍角三角形



C-C-04
3-3-1-1
1-4-1-3

3分
實作
討論
發表

4-6

| | | | | |
|--------|--|-----|------|------------|
| 8-S-12 | <p>佈題二：請畫出符合粉紅色區塊的圖形 解答~三邊不等長的銳角三角形</p>  <p>佈題三：請畫出符合黃色區塊的圖形 解答~只有兩邊等長且三個角都是銳角的三角形</p>  <p>三、綜合活動：</p> <p>1. 進行【幾何賓果】檢驗活動。</p> <p>(1)每人領取賓果挑戰單一張。</p> <p>(2)分別將 1~16 標示在格子內的左上角，順序自由填寫。</p> <p>(3)猜拳決定搶題先後順序。</p> <p>(4)依給定的題目來作答，答案寫在格子的正中央。</p> <p>(5)成一直線的四題皆正確則形成一條賓果連線。</p> <p>(6)最先達到三條賓果者獲勝。</p> <p>註：教師利用簡報依據學習內容設計 16 道題目，來檢測學童的學習成效。此 16 道題目皆以本方案為主軸，來設計相關的檢測問題，其內容包含了各圖形間的包含關係以其四邊形及三角形的相關性質概念，而此 PPT 的格式皆已做連結，即隨時可以回到主頁，再連結到指定的題目，教師們若要使用，則可以依據教學的主題替換題目，因此它也可以做為教師設計多元評量的一個模版。</p> <p>註：設計的題目範例如下：</p> <p>(1)四邊形中哪一個圖形的一條對角線必將此四邊形分成兩個直角三角形？</p> <p> ①平行四邊形 ②菱形 ③長方形</p> <p>(2)下列哪一個圖形是長方形的一種？</p> <p> ①菱形 ②平行四邊形 ③正方形</p> <p>(3)下列哪個圖形的兩條對角線互相垂直且互相平分？</p> <p> ①菱形 ②平行四邊形 ③長方形</p> <p>2.發給學童一張學習單為回家功課。</p> | 7 分 | 另類評量 | 1-5 4-3 |
|--------|--|-----|------|------------|

學習單

肆、教學評量

| 具體目標 | 評量方式 | 備註 |
|-------------------------------|-------------|----|
| 1-1 能依角度及邊長來辨認各種四邊形 | 搶答 | |
| 1-2 能分辨平行四邊形與梯形之不同處 | 實作 | |
| 1-3 能理解平行四邊形與其它四邊形的關係 | 實作、討論、發表 | |
| 1-4 能說出各種四邊形的組成要素及相關性質 | 發表 | |
| 1-5 能理解各種四邊形的判別性質 | 實作 | |
| 1-6 能歸納出組成各種四邊形的最少條件 | 討論、歸納、發表 | |
| 1-7 能統整各種四邊形的組成元素及相關性質，繪製成心智圖 | 討論、歸納、實作、發表 | |
| 1-8 能判斷形體組成的必要條件 | 歸納 | |
| 2-1 能評析各種四邊形的包含關係圖 | 發表、歸納、學習單 | |
| 2-2 能利用四邊形的基本性質來評析包含關係圖的正確與否 | 評析、發表、討論 | |
| 2-3 能針對四邊形的包含關係圖提出合理的質疑 | 評析、發表、討論 | |
| 3-1 能繪出各種四邊形的包含關係圖 | 討論、發表、歸納 | |
| 3-2 能依據四邊形性質論述包含關係圖的繪製過程 | 討論、實作、發表 | |
| 3-3 能繪出更適切的四邊形包含關係圖 | 實作、討論、發表 | |
| 4-1 能依角度及邊長來辨認各種三角形 | 發表、歸納 | |
| 4-2 依三角形的邊長與角度做分類 | 實作、討論、發表 | |
| 4-3 能理解各種三角形的判別性質 | 討論、發表、歸納 | |
| 4-4 能依據邊長與角度論述幾何圖形之間的關係 | 討論、實作、發表 | |
| 4-5 能依據形體性質之相關關係進行分類與歸納 | 討論、發表 | |
| 4-6 能依據線索繪製出符合條件的三角形 | 實作、發表 | |
| 5-1 能評析各種三角形的包含關係圖 | 討論、實作、發表 | |
| 5-2 能利用三角形的基本性質來評析包含關係圖的正確與否 | 評析、發表、討論 | |
| 5-3 能針對三角形的包含關係圖提出合理的質疑 | 評析、發表、討論 | |
| 6-1 能繪出各種三角形的包含關係圖 | 實作、發表 | |
| 6-2 能依據三角形性質論述包含關係圖的繪製過程 | 討論、實作、發表 | |
| 6-3 能繪出更適切的三角形包含關係圖 | 實作、討論、發表 | |

伍、教學說明（含特色）與注意事項

- 一、本教學活動主要在統整學童在小學階段學習的幾何圖形概念，九年一貫課程中各種形體的認識是分散在不同的單元及不同的階段，因此，使用此教材建議在學童具備有四邊形及三角形的概念知識後再進行，期望藉此將學童零散的概念學習統合起來，做更高層次的非形式演譯及推理。
- 二、在素材的取用中，感謝嘉大數研所所長劉祥通教授提供各種不同的包含關係圖，這些圖給了我很大的點子，與其讓學童直接繪製包含關係圖，不如讓學童先有機會去欣賞、討論、評析別人繪製的包含關係圖，藉由這樣的過程，可以澄清許多的迷思點，當學童概念清楚後，所繪製出來的包含關係圖將會更趨於圓滿。
- 三、依上述的模式，教師們可以收集現階段學童所繪出的各種包含關係圖，再製作討論單及簡報教材，做為下一屆學童可評析的素材，如此一來，將可以累積很多可用且寶貴的素材，且可以進一步去分析，學童繪製此包含關係圖中可能有的迷思概念或是另類創意的想法。
- 四、在進入三角形的探索時，筆者則先讓學童繪製包含關係圖，然後再來評析別人的作品，其原因是先前已有繪製四邊形包含關係圖之經驗，因此，想看看學童能否將此經驗類化到三角形。但三角形相較於四邊形就難多了，且在九年一貫課程中也未有這樣相關的教材引導，因此學童要繪製是有些困難的，因此在教學中建議教師給予學童信心增強，鼓勵他們用自己的創意去完成它，不管如何畫都有其意義，且事後討論更有其價值，藉由全班的討論對話，那麼將可以建構出很完美的包含關係圖。

陸、教學專業活動記錄

教學專業活動紀錄

The images show a classroom activity where students explore the relationships between different types of quadrilaterals. The whiteboard displays a Venn diagram with categories like '平行四邊形' (Parallelogram), '長方形' (Rectangle), '正方形' (Square), and '菱形' (Rhombus). A teacher is seen pointing to a diagram of various quadrilaterals labeled A through I. Another student is pointing to a Venn diagram on the board. The bottom right image shows a hand-drawn Venn diagram on a piece of paper, illustrating the inclusion relationships between different types of quadrilaterals based on their properties (e.g., number of right angles, parallel sides).

柒、參考文獻

1. 左台益(2002)。van Hiele 模式之幾何教材設計。中等教育, 53(3), 44-53。
2. 何敏華(2005)。四邊形的獵捕。科學教育月刊, 282, 41-55。
3. 劉祥通(2004)。分數與分數比例問題解題分析—從數學提問教學的觀點。台北: 師大書苑。



幾何組譜



班級：_____ 姓名：_____ 家長簽名：_____ 設計者：何鳳珠

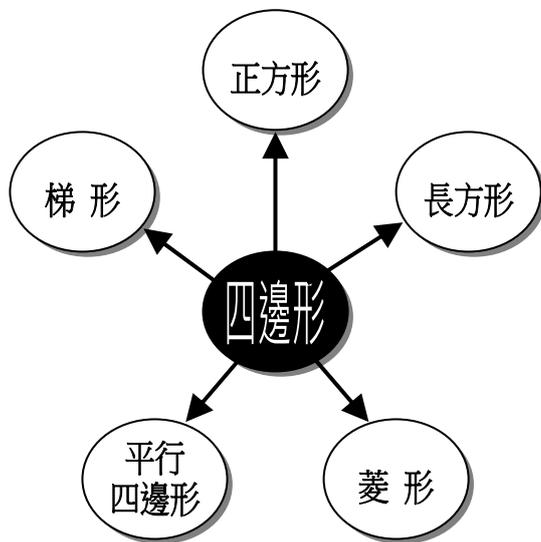


單元目標：能熟悉幾何圖形的基本性質，並繪製出包含關係圖。



四邊形

任務一：請依據邊長、角度、對角線、對邊、對角等相關訊息進行探討，並利用心智圖繪出各圖形的特性，越完整越好。





幾何組譜



班級：_____ 姓名：_____ 家長簽名：_____ 設計者：何鳳珠

單元目標：能熟悉幾何圖形的基本性質，並繪製出包含關係圖。



四邊形

任務二：針對上述的各種四邊形性質，甲、乙、丙、丁四人分別畫出四張包含關係圖，請針對他們的論點進行評析。

| | |
|----------|----------|
| <p>甲</p> | <p>乙</p> |
| | |
| <p>丙</p> | <p>丁</p> |
| | |



幾何組譜



班級：_____ 姓名：_____ 家長簽名：_____ 設計者：何鳳珠



單元目標：能熟悉幾何圖形的基本性質，並繪製出包含關係圖。



四邊形

任務三：請試著畫出四邊形的包含關係圖。

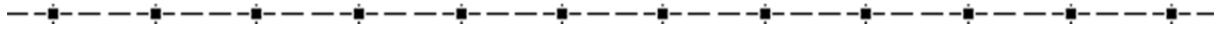




幾何組譜



班級：_____ 姓名：_____ 家長簽名：_____ 設計者：何鳳珠

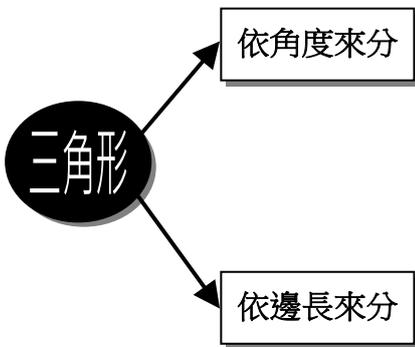


單元目標：能熟悉幾何圖形的基本性質，並繪製出包含關係圖。



三角形

任務一：請依據邊長、角度來將三角形分類，並針對其性質進行簡述說明。



任務二：請試著畫出這些形體的包含關係。



幾何組譜



班級：_____ 姓名：_____ 家長簽名：_____ 設計者：何鳳珠

任務三：請針對下列六張包含關係圖進行評析。

| | |
|----------|----------|
| <p>甲</p> | <p>乙</p> |
| <p>丙</p> | <p>丁</p> |
| <p>戊</p> | <p>己</p> |

審 果 挑 戰 賽

| | | | |
|--|--|--|--|
| | | | |
|--|--|--|--|

| | | | |
|--|--|--|--|
| | | | |
|--|--|--|--|

| | | | |
|--|--|--|--|
| | | | |
|--|--|--|--|

| | | | |
|--|--|--|--|
| | | | |
|--|--|--|--|



審 果 挑 戰 賽

| | | | |
|--|--|--|--|
| | | | |
|--|--|--|--|

| | | | |
|--|--|--|--|
| | | | |
|--|--|--|--|

| | | | |
|--|--|--|--|
| | | | |
|--|--|--|--|

| | | | |
|--|--|--|--|
| | | | |
|--|--|--|--|

