

國立嘉義大學九十六學年度  
數學教育研究所碩士班招生考試試題

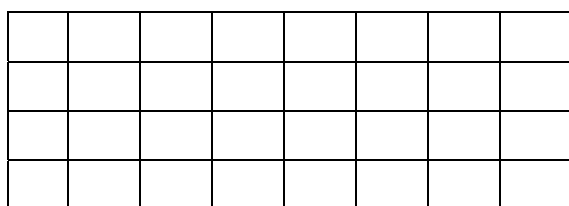
科目：普通數學

說明：本試題分為兩部分，第一部分為填充題，請標明題號，只需要將答案作答在「答案卷」上；第二部分為計算題，請標明題號，同時將過程作答在「答案卷」上。

一、填充題：(每題 5 分，共 20 分)

1. 已知  $f(x) = x^3 + 2x^2 - x + 1$ ，若多項式  $g(x) = f(f(x))$ ，試求  $g(x)$  除以  $x+2$  所得之餘式為\_\_\_\_\_。

2. 下列圖形中，假設每一個小四方格均為正方形：



請仔細數一數，圖形中全部共有\_\_\_\_\_個正方形？

3. 3 的 100 次方末尾兩位是多少？\_\_\_\_\_ (提示  $\log 3 = 0.4771$ )

4. 林家三姊妹，每月零用錢的總和為 6600 元。已知大姊零用錢的 2 倍是二姐零用錢的 3 倍，二姐零用錢的 4 倍是小妹零用錢的 5 倍。依據題意，請問大姊每月的零用錢有多少元？\_\_\_\_\_。

二、計算題：(每題 20 分，共 80 分)

1. 分別證明下列二式恆成立：

(1) 若  $a, b$  為任意自然數，則  $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \geq \frac{2ab}{a+b}$ 。

(2) 任意三個連續自然數的連乘積必為 6 的倍數。

2. 已知平面上直線  $L$  的方程式為  $x+2y-12=0$ ，曲線  $\Gamma$  的方程式為

$$\frac{(x-1)^2}{9} + \frac{(y+2)^2}{4} = 1$$

，且設  $A$  與  $B$  是曲線  $\Gamma$  上任意兩點。

(1) 若  $A$  與  $L$  之距離最短，求  $A$  之坐標與最短之距離為何？

(2) 若  $B$  與  $L$  之距離最長，求  $B$  之坐標與最長之距離為何？

3. 甲、乙、丙三人比賽競走，從臺中二中到臺中火車站，甲、乙、丙三人先以 2:3:4 的速率前進，當每人各自到達全程一半的時候，甲、乙、丙三人之後的速率比變為 4:3:2，問誰先到達臺中火車站？請說明你的解法。

4. 一個公正的銅板，投擲 30 次出現 15 次正面 15 次反面的機率是  $P$ ，投擲 50 次出現 25 次正面 25 次反面的機率是  $Q$ ，請問  $P$  大還是  $Q$  大？為什麼？