

國立嘉義大學九十六學年度 轉學生招生考試試題

科目：微積分(理工學院用卷)

一、填充題：72分(每題8分)(請標明題號，並將答案寫在答案卷上)

1. 求 $\lim_{x \rightarrow 1} x^{\frac{1}{x-1}} =$ _____。
2. 在 xy 平面上，求區域 $\{(x, y) \mid y \leq x^2, y \leq 2-x, y \geq 0\}$ 的面積為 _____。
3. 求 $\int_1^2 x^3 \ln x \, dx =$ _____。
4. 求 $\sum_{k=4}^{\infty} \frac{1}{k^2} (x+2)^k$ 的收斂半徑為 _____。
5. 假設 $x^2 y^2 - 2x = 4 - 4y$ ，則 $y'(2) =$ _____。
6. 設函數 $F(x) = \int_4^{x^2} \ln(t^3 + 4) dt$ ，試求經過切點 $P(2, 0)$ 之切線方程式為 _____。
7. 計算 $\int_{-\infty}^0 x^2 e^x \, dx =$ _____。
8. 若 $y > 0$ 且 $1 - y > 0$ ，令 k 為正常數，試求 $\frac{dy}{dt} = k y(1 - y)$ 之解為 _____。
9. 設 $R = \{(x, y) \mid x \geq 0, y \geq 0, 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$ ，計算 $\iint_R \frac{1}{x^2 + y^2} \, dx \, dy =$ _____。

二、計算題：28分(每題14分)(請標明題號，並將計算過程寫在答案卷上)

1. 假設有一個橢圓是由平面 $x + y + z = 12$ 跟曲面 $z = x^2 + y^2$ 相交所產生的，求原點跟這個橢圓最靠近的點為何？
2. 平面上設 R 表示由 $y = x^2$ 與 $y = x$ 的圖形所圍成的區域，今若將 R 分別繞下列軸旋轉，求所得旋轉體之體積分別為何？
 - (1)以 y 軸為旋轉軸。
 - (2)以直線 $y = 2$ 為旋轉軸。