

國立嘉義大學 99 學年度

企業管理學系碩士班(乙組)招生考試試題

科目：應用微積分

一、Find (30 分)

1. $f(x) = \cos(\ln x)$, find $f'(x)$

2. $\int_1^4 \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$

3. $\int_0^1 \int_0^1 \frac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2 + 1}} dy dx$

4. $\int \frac{x}{x-6} dx$

5. Find the value of the limit: $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \frac{i^4}{n^5}$

6. If $f(x) + x^2[f(x)]^3 = 10$ and $f(1) = 2$, find $f'(1)$

7. $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\int_0^{2t} \sqrt{x + \cos 3x} dx}{t}$

二、Show that $\tan x > x$ for $0 < x < \frac{\pi}{2}$. [Hint: Show that $f(x) = \tan x - x$ is increasing on $(0, \pi/2)$.] (10 分)

三、Find a cubic function $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ that has a local maximum value of 3 at -2 and a local minimum value of 0 at 1. (10 分)

四、Please evaluate the double integral: $\iint_R y \sin(xy) dA$, where $R = [1, 2] \times [0, \pi]$. (10 分)

五、The partial derivatives are useful for sensitivity analysis. If $yz^4 + x^2z^3 = e^{xyz}$,

please find $\frac{\partial z}{\partial x}$ and $\frac{\partial z}{\partial y}$. (10 分)

六、We sometimes try to cost down by finding the minimum. Please find the local

minimum: $f(x, y) = (x^2 + y)e^{\frac{y}{2}}$. (10 分)

七、為了要評估股票價值，假設如下：(10 分)

1. 公司股票的價值，完全以未來股利折現總值來衡量。不考慮其他因素。
2. 公司的股利每年派發一次，每年以固定成長率 g 增加。今年派發的股利值為。
3. 股利折現率固定為 r 。
4. 股利折現率 r 大於股利成長率 g 。
5. 假設該公司永續存在。

請證明，在今年股利派發完畢之後的公司股票價值公式為何？

八、Please use series to evaluate the limit: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{1 + x - e^x}$. (10 分)