

國立嘉義大學九十七學年度轉學生招生考試試題

科目：微積分（理工學院用卷）

一、填充題：（每題 7 分，共 70 分）（請標明題號，並將答案寫在答案卷上）

1. 求 $\lim_{x \rightarrow 0} x^x =$ _____。
2. 令 $y = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$ ，求 $\frac{dy}{dx} =$ _____。
3. 求曲面 $z = \sqrt{18 - x^2 - 2y^2}$ 在點 $(3, 2, -2)$ 的切平面方程式 _____。
4. 若函數 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3x + b, & x \leq 1 \\ -x^3 - ax^2 + x, & x > 1 \end{cases}$ ，在 $x=1$ 時， $f(x)$ 微分存在，求 $a+b =$ _____。
5. 令 $f(x) = \frac{1}{x^2 - 4x + 3}$ ， $-1 \leq x \leq 0$ ，若 $f(x)$ 有最大值 M 與最小值 m ，求 $M+m =$ _____。
6. 試求下列不定積分： $\int \cos^2 x \sin^2 x dx =$ _____。
7. 計算： $\int_1^{\infty} (1-x)e^{-x} dx =$ _____。
8. 設 $\sum_{k=0}^{\infty} (\frac{2}{3^k} + \frac{1}{2^k}) = A$ ，又 $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{4}{k(k+2)} = B$ ，求 $A+B =$ _____。
9. 在 xy -平面上，求直線 $y=3x$ 與曲線 $y=x^3 + 2x^2$ 所圍成之區域面積 _____。
10. 設 $R = \{(x, y) | x \geq 0, y \geq 0, 0 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$ ，計算 $\iint_R (x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}} dx dy =$ _____。

二、計算題：（每題 15 分，共 30 分）（請標明題號，並將計算過程寫在答案卷上）

1. 計算 $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx = ?$ （15 分）
2. 假設已知函數 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2}$ ，試求：
 - (a). f 在何區間為增函數？又在何區間其圖形凹向下（concave down）？（4 分）
 - (b). f 之相對極值（relative extrema）與反曲點（points of inflection）？（6 分）
 - (c). 並作 f 之圖形。（5 分）