

國立嘉義大學九十一學年度轉學生招生考試試題

科目：微積分

一、填充題：80分（每題8分）（請標明題號，並將答案寫在答案卷上）

1. 設 $y = \frac{x^x}{(x^3 - x)\sqrt{x^2 + 4}}$ ，則 $\frac{dy}{dx} =$ _____。

2. 求 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \int_0^x (1+2t)^{1/t} dt =$ _____。

3. 令 $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt = 1$ ，則 $\int_0^{\infty} \frac{1}{\sqrt{x}} e^{-x} dx =$ _____。

4. 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[n]{n}}{2} =$ _____。

5. 求 $\int 6x 3^{x^2} dx =$ _____。

6. 求 $\int \sqrt{x} \ln x dx =$ _____。

7. 令 $f(x) = \begin{cases} e^{-\frac{1}{x^2}} & \text{if } x \neq 0 \\ 0 & \text{if } x = 0 \end{cases}$ ，則 $f'''(0) =$ _____。

8. 以函數 $f(x) = \sqrt{25-x^2}$ 與 $g(x) = 4$ 所圍封閉區域，繞 x 軸旋轉之旋轉體的體積為 _____。

9. 求方程式 $(x+y)^3 = x^3 + y^3$ 在點 $P = (-1, 1)$ 的切線方程式為 _____。

10. 令 $f(x) = \sin^2 x$ ，則 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) + f(x-h) - 2f(x)}{h^2} =$ _____。

二、計算與繪圖題：20分（請標明題號，並將過程寫在答案卷上）

1. 求函數 $f(x) = x^3 - 3x + 2$ 之極值與反曲點，討論函數 f 在那些區間中是遞增或遞減；函數的圖形在那些區間中是凹向上或凹向下，並繪出函數 f 的圖形。（10分）

2. 設在 xy 平面上， $P = (x, y)$ 為方程式 $3x^2 + 2y^2 - 6x = 0$ 上任一點，試求 $x^2 + y^2$ 的最大值及最小值為何？（10分）