

**國立嘉義大學九十四學年度**  
**管理研究所碩士班招生考試試題**

**科目：應用微積分**

一、Find ( 60% )

1.  $\int \frac{1}{x} \ln \frac{1}{\sqrt{x}} dx$

2.  $\lim_{m \rightarrow \infty} (1 + \frac{x}{m})^m$

3.  $\int_0^1 \frac{1}{1 + \sqrt{x}} dx$

4.  $\int_0^1 \frac{x^3}{(1 + x^2)^3} dx$

5.  $\int_{-1}^1 \frac{x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x}{x^2 + 1} dx$

6.  $\int_0^{\infty} x e^{-x} dx$

7.  $\int_0^3 |x^2 - 3x + 4| dx$

8.  $\int_0^{e^2} \frac{1}{x \ln x} dx$

9. Let  $x = e^t, y = t e^{-t}$ , then  $\frac{dy}{dx} = ?$  (以  $x, y$  來表達)

10. Let  $z = f(x, y, u, v), x = g(u, v), y = h(u, v)$ . Then  $\frac{\partial z}{\partial u} = ?$

11. Solve the differential equation  $\frac{dy}{dx} = \frac{2y}{2+x}$ , given that  $y(0) = 8$ .

12. Use differentials to approach  $(65)^{\frac{1}{3}}$ .

二、設  $f(x, y, z) = \frac{1}{3}x^3 + 2y^2 + z^2 - 2xy + 3yz + yz - 4x + 4y - 6z + 1$   
，求此函數的極大點、極小點或鞍點。( 10% )

三、本校農特產品展售中心的安安行銷經理，目前正進行規劃未來的廣告預算。行銷經理根據經驗與市調的資料，顯示電視廣告的次數  $A$  和登報次數  $P$  對銷售額  $R$  的影響關係為： $R = 20A + 5P + 20AP - A^2$ 。已知每次電視廣告需付費 1,000 元，而每次登報廣告需付費 500 元，若全部廣告預算為 100,000 元，請問該行銷經理應如何分配這筆經費，才能使農特產品展售中心的銷售額達到最大？( 10% )

四、Prove that if  $f(x, y)$  is homogeneous of degree  $k$ , then: ( 20% )

(a)  $\frac{\partial f(x, y)}{\partial x}$  and  $\frac{\partial f(x, y)}{\partial y}$  is homogeneous of degree  $k-1$ .

(b)  $x \frac{\partial f(x, y)}{\partial x} + y \frac{\partial f(x, y)}{\partial y} = kf(x, y)$ .